



Pedro Kenzo de Alencar Ohi

**Ciclos e atividade no mercado de IPO: o papel
da inovação e das oportunidades de
investimento**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Economia do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Walter Novaes Filho

Rio de Janeiro
Abril de 2019



Pedro Kenzo de Alencar Ohi

**Ciclos e atividade no mercado de IPO: o papel
da inovação e das oportunidades de
investimento**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Economia do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Walter Novaes Filho

Orientador

Departamento de Economia – PUC-Rio

Prof. Vinicius do Nascimento Carrasco

Departamento de Economia – PUC-Rio

Prof. Humberto Luiz Ataíde Moreira

Escola de Pós-graduação em Economia – FGV-Rio

Rio de Janeiro, 26 de Abril de 2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Pedro Kenzo de Alencar Ohi

Graduação em Engenharia Eletrônica pelo Instituto Militar de Engenharia, 2014

Ficha Catalográfica

de Alencar Ohi, Pedro Kenzo

Ciclos e atividade no mercado de IPO: o papel da inovação e das oportunidades de investimento / Pedro Kenzo de Alencar Ohi; orientador: Walter Novaes Filho. – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Economia, 2019.

v., 63 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Economia.

Inclui bibliografia

1. Economia – Teses. 2. Economia – Teses. 3. IPO;. 4. Inovação;. 5. Oportunidade de investimento.. I. Novaes Filho, Walter. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Economia. III. Título.

CDD: 620.11

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador, Prof. Walter Novaes, pela paciência, suporte e ensinamentos que me serão úteis na minha vida profissional.

Agradeço também aos meus pais pelo apoio incondicional.

Agradeço aos meus amigos de turma, em particular Vitor Jó e Yuri Lemos, pelo companheirismo e por ter tornado a experiência do mestrado mais agradável.

Agradeço também à banca, por ter aceitado o convite e pelos conselhos valiosos durante a defesa.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

de Alencar Ohi, Pedro Kenzo; Novaes Filho, Walter. **Ciclos e atividade no mercado de IPO: o papel da inovação e das oportunidades de investimento**. Rio de Janeiro, 2019. 63p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A idade média das firmas que abrem capital em bolsas de valores varia significativamente entre países, mesmo entre aqueles com níveis similares de proteção a acionistas minoritários. Nesta dissertação, a variação entre países do tempo para abertura de capital é explicada pela frequência com que oportunidades de novos investimentos aparecem em cada país. Intuitivamente, novas oportunidades de investimento implicam necessidades de financiamento que permitem à empresa de capital fechado se expor aos mercados bancário e de capitais, gerando um fluxo de informações que aumentam a probabilidade de a devedora atingir um nível de avaliação de crédito que dá acesso ao mercado acionário. O modelo prevê ondas de IPO concentradas em épocas de crescimento econômico e otimismo no país.

Palavras-chave

IPO; Inovação; Oportunidade de investimento.

Abstract

de Alencar Ohi, Pedro Kenzo; Novaes Filho, Walter (Advisor). **Cycles and activity in IPO markets: the role of innovation and investment opportunities**. Rio de Janeiro, 2019. 63p. Dissertação de mestrado – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The average age of firms going public in stock markets varies significantly across countries, even controlling for those with similar levels of minority shareholder protection. In this thesis, such cross-section variation is explained by how frequently new investment opportunities occur in each country. Intuitively, new investment opportunities result in private firms demanding funds through bank lending or capital markets, generating a flow of information which increases the probability of a borrower firm to acquire credit rating enough to give it access to stock markets. The model predicts IPO waves concentrated in times of economic growth and optimism in a country.

Keywords

IPO; Innovation; Investment Opportunity.

Sumário

1	Introdução	9
2	Modelo	14
3	Caracterização do equilíbrio: mercado de crédito e <i>tradeoffs</i> de abrir capital e de mantê-lo aberto	23
3.1	Mercado de crédito	23
3.2	A decisão de abertura de capital	26
3.2.1	A avaliação de mercado	26
3.2.2	O benefício líquido de se abrir capital	27
3.3	Manter capital aberto	34
3.3.1	A avaliação de mercado	35
3.3.2	O benefício líquido de manter o capital aberto	35
4	Caracterização do equilíbrio: estáticas comparativas e tempo para IPO	38
5	Caracterização do equilíbrio: abertura e fechamento de capital	44
5.1	O caso em que \bar{Q} é intermediário tanto para abertura quanto para manter capital aberto	44
6	Conclusão	48
A	Demonstrações	51
A.1	Demonstração do lema 2.9	51
A.2	Demonstração do lema 3.1	51
A.3	Demonstração do lema 3.4	52
A.4	Avaliação de mercado das firmas no candidato a equilíbrio <i>pooling</i>	53
A.5	Demonstração do lema 3.8	54
A.6	Demonstração do lema 3.9	55
A.7	Análise da forma funcional do benefício líquido instantâneo	56
A.8	Demonstração do lema 3.21	62
A.9	Demonstração da proposição 4.10	63

Lista de figuras

Figura 2.1	subjogo do mercado de crédito: capital fechado	15
Figura 2.2	subjogo do mercado de crédito: capital aberto	16
Figura 4.1	Cinco casos possíveis de \bar{Q}	38
Figura A.1	Forma mais geral do benefício líquido instantâneo de se abrir capital.	56
Figura A.2	Benefício líquido instantâneo de se abrir capital quando \bar{Q} é próximo de 0.	56
Figura A.3	Benefício líquido instantâneo de se abrir capital quando \bar{Q} é igual a 1.	57
Figura A.4	Fato 1: o benefício líquido instantâneo é negativo enquanto $f_G < \bar{f}_G$ e é 0 em $f_G = 1$.	57
Figura A.5	Forma mais geral do benefício líquido extrapolado (i.e., se fosse $Q(f_{Gk}) \equiv \bar{Q}$).	58

1

Introdução

Em mercados de capitais desenvolvidos, tais como o norte-americano e o inglês, a grande maioria das empresas listadas em bolsas de valores têm seu controle pulverizado entre vários investidores (La Porta et al. (1999)), e mesmo os acionistas controladores dessas empresas nelas investem frações menores de suas riquezas, relativamente ao que acontece com os grandes acionistas de empresas de capital fechado. Graças a essa diversificação, acionistas e gestores de empresas listadas em bolsas de valores são menos sensíveis a riscos idiossincráticos, tornando-se mais propensos a atitudes empreendedoras. Esse é um marco dos mercados de capitais desenvolvidos e um incentivo para a abertura de capital nas bolsas de valores.

A literatura sobre abertura de capital tem se ocupado em explicar por que certos sistemas jurídicos estão mais associados a mercados acionários mais desenvolvidos do que outros e como essas associações também estão correlacionadas com a estrutura tributária e com a liberdade de imprensa. Um ponto surpreendentemente pouco explorado pela literatura, porém, é a variação entre países no tempo que empresas levam para a oferta inicial de ações em mercado (IPO em inglês) desde a sua fundação. Chambers (2011) e Ritter (2017) mostram que as idades médias de firmas no IPO são 19 e 16 anos no Reino Unido e nos EUA. Em contraste, Ritter (2017) e Rydqvist e Högholm (1995) mostram que firmas no Japão e na Suécia levam em média 30 e 38 anos. Explicar tal variação entre países é o objetivo principal desta dissertação.

Uma observação aparentemente inócua é a motivação da resposta que esta dissertação oferece para a variação na idade média para IPO: dois países com baixa idade média, EUA e Reino Unido, são vistos como bastiões das inovações tecnológicas mundiais. O elevado grau de inovação tecnológica esperada nesses dois países implica um grande número de boas oportunidades de investimento, diante das quais empresas mais jovens naturalmente recorrerão ao mercado de crédito para financiamento. Obtido o crédito, algumas empresas serão bem sucedidas e outras não. Independentemente do sucesso ou fracasso, o mercado de crédito coletará e transmitirá informação sobre as empresas em um processo de formação de reputação que Diamond (1989, 1991) formalizou

em um modelo dinâmico de formação de *rating* de crédito sob seleção adversa e risco moral. A extensão natural desse argumento é que tal processo será mais rápido e eficiente em países onde a taxa de inovação tecnológica é mais alta.

Intuitivamente, quanto maior for a taxa de inovação tecnológica, mais frequente será o escrutínio dos intermediários financeiros e mais rapidamente uma boa reputação será estabelecida entre as empresas que sobrevivem no mercado. Para essas empresas, o monitoramento dos intermediários financeiros é complementado pelo efeito disciplinador que Edmans e Manso (2011) demonstram existir quando os preços das ações variam no mercado acionário: aumentos de preço premiam gestores eficientes e quedas penalizam, possivelmente levando à demissão dos gestores mal sucedidos. Esse efeito disciplinador agrega informação aos intermediários financeiros, reduzindo os custos de financiamento.

Segue, então, a associação entre taxa de inovação tecnológica e tempo esperado para IPO: quanto maior a taxa, mais cedo as firmas estabelecerão um nível de reputação no qual o custo inerente à emissão de ações com seleção adversa é menor do que o benefício de se usufruir menores custos de financiamento com o capital aberto.

A formalização dessa associação começa com uma economia neutra ao risco e um contínuo de firmas de dois tipos: boas e ruins. Oportunidades de investimentos surgem aleatoriamente e as firmas financiam-se junto a bancos com informação imperfeita sobre o tipo de uma determinada firma. No mercado de crédito, a taxa de juros é tão alta quanto mais alta for a crença dos investidores de que uma determinada firma é do tipo ruim. A eficiência informacional exerce papel fundamental neste contexto: empresas com mais investidores informados (e.g., maior cobertura de analistas) produzem um fluxo de informações maior através do mecanismo de preços, reduzindo as assimetrias informacionais, tanto no mercado acionário quanto no mercado de crédito. Essa redução das assimetrias informacionais permite um escrutínio melhor da qualidade das firmas e reduz as taxas de juros. Apesar da ideia simples, a formalização enfrenta alguns desafios que, uma vez resolvidos, trazem à tona novas mensagens sobre o funcionamento do mercado de IPOs.

O primeiro desafio diz respeito a um entendimento mais preciso do que significa uma redução dos custos de financiamento quando empresas abrem capital. Menores taxas de juros estão associadas à redução das assimetrias informacionais entre investidores e empresas através dos preços. Uma implicação a ser derivada no modelo é que empresas cujas ações são mais negociadas conseguem financiamentos a custos menores junto ao mercado de crédito. Ademais, o *tradeoff* entre custos menores de financiamento e perda de capital no

mercado acionário devido à subvalorização das ações na presença de seleção adversa culmina em um *cutoff* de reputação a partir do qual é ótimo abrir capital. A análise do modelo mostra que tal *cutoff* é precisamente aquele onde a eficiência informacional é elevada o bastante para reduzir os custos de captação e compensar as perdas de capital.

No entanto, nem tudo são flores no mercado acionário. Um segundo desafio importante decorre do fato de que a eficácia do mecanismo de preços depende da existência de um mercado líquido de ações de determinada empresa, bem como da presença de investidores informados: maior volume de negociações permite um fluxo mais rápido de informações geradas pelos investidores informados. Empresas jovens e com pouca reputação não atraem muitos investidores e sua cobertura por analistas fica limitada, ao contrário de empresas mais velhas e estabelecidas.¹ A fim de superar esses obstáculos, as firmas buscam melhorar sua reputação. Por exemplo, em países com fraca proteção institucional a acionistas minoritários, empresas emitem *American Depositary Receipts* (ADRs) com intuito de sinalizar qualidade. Reese e Weisbach (2002) mostram que, de fato, empresas de países com fraca proteção a acionistas minoritários emitem mais ações no mercado local depois do *cross-listing* e Miller (1999) mostra que emissão em bolsas estrangeiras gera impactos positivos nos retornos das ações no país de origem. Nesta dissertação, a eficiência informacional resume-se convenientemente a um único parâmetro, que é a probabilidade de analistas informados detectarem uma decisão adversa dos gestores. Tal probabilidade é crescente com a reputação das firmas sobreviventes, na medida em que elas chamam mais a atenção dos investidores institucionais.

O terceiro desafio é a formalização do *tradeoff* entre abrir capital e manter fechado, separando os efeitos da seleção adversa sobre o mercado de crédito e acionário. Com efeito, a níveis suficientemente altos de reputação, ainda existe um nível de seleção adversa alto o bastante para distorcer a avaliação do mercado em relação à avaliação do gestor de uma boa firma, porém não alto o bastante para que o benefício do mercado acionário compense essa perda por seleção adversa. Separar esses dois efeitos não é simples porque, apesar da redução da assimetria informacional no mercado acionário, um grau de seleção adversa persiste no mercado de crédito. O quão baixo é esse nível de seleção adversa residual depende do quão eficiente é o monitoramento do mercado acionário. Num caso extremo, se os preços distinguem perfeitamente as firmas boas das ruins, o financiamento das firmas boas será praticamente à taxa livre de risco e o benefício de se abrir capital é maior do que o custo de vender ações

¹ Existe uma literatura relacionando cobertura de analistas com retorno de ações (Asquith et al. (2005)) e características das firmas (Bhushan (1989)).

a preços baixos. Em contrapartida, se os preços não transmitem informação, é melhor manter o capital fechado e não arcar com o custo de seleção adversa do mercado acionário.

O quarto desafio diz respeito à formalização do tempo médio para o IPO. Para tanto, eu suponho uma distribuição geométrica para o aparecimento de novos investimentos, que, convenientemente, resume a taxa de inovação da economia a um único parâmetro. Esse parâmetro determina o prazo médio para que a reputação cruze o *cutoff* de reputação. Adicionalmente, o *cutoff* de reputação é determinado pelo parâmetro de eficiência informacional.

Por fim, inovações tecnológicas variam ciclicamente na economia e IPOs ocorrem mais rápida e frequentemente em períodos de maior otimismo e inovação, dado um mesmo *cutoff*. Inovações tecnológicas estão, portanto, associadas a ciclos de IPOs, com volumes maiores de empresas jovens abrindo capital em períodos de muita inovação. Segue, então, a explicação aqui dada para o prazo médio para abertura de capital. Será menor em países com altas taxas de inovação, como EUA e Reino Unido.

O trabalho mais próximo a esta dissertação é de Chemmanur e Fulghieri (1999). Eles desenvolvem um modelo estático no qual há um *tradeoff* entre o prêmio de risco cobrado pelo mercado privado (*venture capital*) devido à pouca diversificação e custos de informação duplicada no mercado acionário. O modelo deles também prevê uma relação entre avanço tecnológico e ondas de IPO, supondo que ondas de inovação são épocas de maior incerteza. O meu modelo se distingue deles ao associar inovações tecnológicas ao processo de formação de reputação. Assim fazendo, a associação entre inovação tecnológica e abertura de capital se mantém mesmo em países com mercado financeiro suficientemente sofisticado para prover mecanismos de *hedge*, que não estão disponíveis em países com mercados de capitais menos desenvolvidos. Ademais, por partir de um modelo dinâmico, o intervalo de tempo até a abertura de capital é explicitamente caracterizado. Esta dissertação também associa ao mercado de IPO eficiência informacional dos preços e monitoramento nos mercados acionários (Edmans e Manso (2011)), cobertura de analistas e sua relação com características de empresas e retornos de ações (Asquith et al. (2005) e Bhushan (1989)), bem como a importância da reputação na decisão da abertura de capital (como sugerido em Reese e Weisbach (2002) e Miller (1999)).

O restante desta dissertação está organizada da seguinte forma. No capítulo 2 descrevo a estrutura do modelo, desenvolvo a intuição do equilíbrio e o defino formalmente. No capítulo 3 descrevo os *tradeoffs* de abertura de capital e de manter o capital aberto, bem como caracterizo o equilíbrio no

mercado de crédito. O capítulo 4 prossegue com uma estática comparativa relacionando o tempo esperado para o IPO e intensidade das oportunidades de investimentos. O capítulo 5 faz uma análise de robustez desse resultado, trazendo algumas generalizações. No capítulo 6, concluo.

2 Modelo

A economia é neutra ao risco, o tempo é discreto e o horizonte é infinito ($t \in \{0, 1, 2, \dots\}$). Cada t corresponde a um potencial período de oportunidade de investimento para as firmas: o investimento ocorre no início do período t e gera retorno no final. Oportunidades de investimentos surgem aleatoriamente em períodos de tempo $(\tau_k)_{k \in \mathbb{N}}$ que assumem valores no conjunto $\{0, 1, 2, \dots\}$. Definindo $\tau_{-1} = -1$, esse processo estocástico segue a seguinte distribuição

$$\mathbb{P}[\Delta\tau_k = \Delta t | \tau_{k-1}] = \lambda(1 - \lambda)^{\Delta t - 1}, \quad (2-1)$$

em que $\Delta\tau_k = \tau_k - \tau_{k-1}$. O parâmetro exógeno λ mede a intensidade com que tais oportunidades ocorrem e resume o papel da inovação nas oportunidades de investimento. A taxa livre de risco entre o início e o final do período de produção é R .

Esta economia é composta por dois tipos de empreendedores com vida infinita, distribuídos no intervalo $[0, 1]$: empreendedores do tipo G entregam, ao final de cada janela de oportunidade τ_k , um projeto com fluxo de caixa certo $G > R$. A proporção em $t = 0$ de firmas do tipo G é f_G . Empreendedores do tipo B , por outro lado, entregam $B > G$ com probabilidade π e, com probabilidade $1 - \pi$, entregam zero. Sua proporção em $t = 0$ é $f_B = 1 - f_G$. O valor presente líquido dos projetos ruins é negativo: $\pi B < R$. Tanto $1 - \pi$ quanto f_B medem o risco sistêmico da economia. Se um ou outro for alto significa que os projetos ruins são muito arriscados ou que existem muitas firmas ruins. O custo dos projetos é o mesmo e normalizado para 1. As firmas podem estar com capital aberto ou fechado em t . O estado da firma é indexado por $i \in \{0, 1\}$, $i = 1$ se capital aberto e $i = 0$ se capital fechado.¹

Todas as firmas começam com capital fechado em $t = 0$. A única fonte de financiamento é o mercado de crédito. Os bancos vivem por apenas um período e têm recursos suficientes para financiar todos os projetos. Alternativamente ao empréstimo, os bancos podem optar por investimento em ativos livres de risco. Como forma de manter os empreendedores comprometidos com os projetos das firmas, tal tecnologia lhes é vedada. Tais hipóteses dão anonimato aos

¹ Por vezes usarei $a_{k-1,j}$ ao invés de i para representar o estado da firma em τ_k dada uma decisão $a_{k-1,j} \in \{0, 1\}$ tomada em τ_{k-1} . O índice i não tem compromisso com o estado em que a firma efetivamente está no instante τ_k no decorrer do jogo mas o índice $a_{k-1,j}$ tem.

investidores e impedem mecanismos de comprometimento de longo prazo por parte dos bancos. O mercado de crédito é competitivo: as taxas de juros são tomadas como dadas pelos bancos. Os bancos apenas observam o histórico de calotes e estados das firmas (isto é, a sequência $(a_{pj})_{p < k}$ de decisões de abertura ou de fechamento de capital). Com base nisso, os bancos formulam uma *prior* f_{Gkj} no início de cada período τ_k . Trata-se a reputação da empresa, e também a seleção adversa: f_{Gkj} é a probabilidade de que a firma j seja do tipo G .

O contrato de dívida é um Contrato Padrão de Dívida.² O calote ocorre quando o repagamento é menor do que o valor de face prometido ($d_{kj}^i < r_{kj}^i$) e a tecnologia de liquidação é extremamente ineficiente: no calote, o *scrap value* é zero, resultando em *payoffs* zero tanto para empreendedores quanto para bancos.³

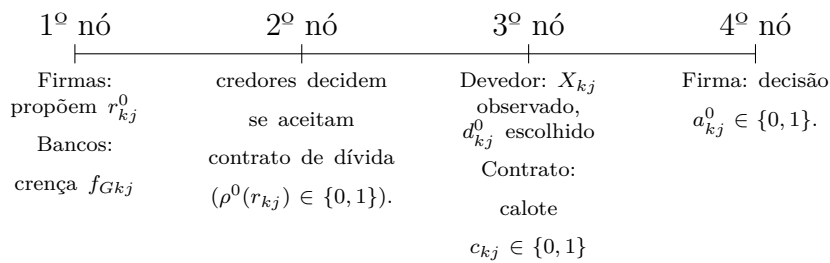


Figura 2.1: subjogo do mercado de crédito: capital fechado

A figura 2.1 ilustra o subjogo quando as firmas estão com capital fechado. Ele pode ser dividido em duas etapas. Na primeira, que se estende do primeiro ao terceiro nó, o contrato padrão de dívida é desenhado. Na segunda, que se resume ao quarto nó, a firma decide se abre capital.

Na primeira etapa do subjogo, firmas propõem um valor de face r_{kj}^0 e bancos tomam uma decisão $\rho^0(r_{kj}^0)$ de emprestar ou não. Condicional ao recebimento do empréstimo, as firmas observam os retornos X_{kj} ao final da primeira etapa do subjogo e tomam uma decisão d_{kj}^0 sobre quanto repagar. Supõe-se que as firmas nunca repagam mais do que recebem: $d_{kj}^0 \leq X_{kj}$. Um calote é representado pela indicadora c_{kj} , sendo $c_{kj} = 1$ um calote e $c_{kj} = 0$ o contrário.

As taxas de juros podem ou não ser informativas sobre o tipo das firmas. Num caso extremo, se firmas do tipo bom e ruim propõem taxas de juros

² Ver Gale e Hellwig (1985).

³ Como em Diamond (1989), esta hipótese enfatiza o papel disciplinador do calote: trata-se de um mecanismo de imposição do contrato padrão de dívida proibitivamente caro de se implementar. Essa é uma conveniência do modelo que evita discussões acessórias como calotes estratégicos. Na prática, firmas entram com pedidos de recuperação judicial e renegociam a dívida. Embora existam custos diretos e indiretos do calote, é verdade que os investidores conseguem recuperar algum valor. A hipótese do modelo é, neste sentido, irrealista, mas se justifica por conferir maior tratabilidade ao modelo.

distintas entre si, os bancos podem decidir por não emprestar a taxas que revelem tipos ruins e emprestar a taxas que revelem tipos bons. Neste caso, os bancos estão dispostos a aceitar taxas livres de risco das firmas boas, uma vez que seus projetos são seguros. Em um outro extremo, firmas boas e ruins se misturam e desenham um mesmo contrato de dívida. Neste caso, o banco apenas aceitará se a crença f_{Gkj} for alta o suficiente para que o empréstimo tenha retorno esperado pelo menos igual à taxa livre de risco. Naturalmente, as taxas de juros serão maiores do que a livre de risco, daí o incentivo das firmas boas a se separarem. Logo mais será visto que o equilíbrio prevalente é o segundo, i.e., um equilíbrio *pooling*: qualquer tentativa das firmas boas de se diferenciarem das ruins é frustrada porque estas terão incentivo para desviar do equilíbrio separador.

Após completada sua primeira etapa, o jogo prossegue com uma decisão $a_{kj}^0 \in \{0, 1\}$ de abertura de capital. A escolha $a_{kj}^0 = 1$ significa abertura de capital. As firmas abrem capital por dois motivos: 1) diversificar o risco; e 2) obter monitoramento através do mecanismo de preços. Quando o empreendedor abre capital, uma participação β_0 do *equity* é vendida. Tal participação reflete o quanto o empreendedor está disposto a abrir mão do controle de sua empresa a fim de diversificar o risco. Como estamos considerando agentes neutros ao risco, esse benefício de diversificação não é modelado e β_0 é um parâmetro exógeno.⁴ Um β_0 maior reflete pulverização maior no controle das ações das empresas. Em mercados de capitais desenvolvidos, como o americano e o inglês, o valor de β_0 é mais alto do que em mercados subdesenvolvidos, como o brasileiro.⁵

As firmas que, inicialmente com $i = 0$, optaram por abrir capital no instante τ_{k-1} jogarão o subjogo ilustrado em 2.2 no período τ_k .

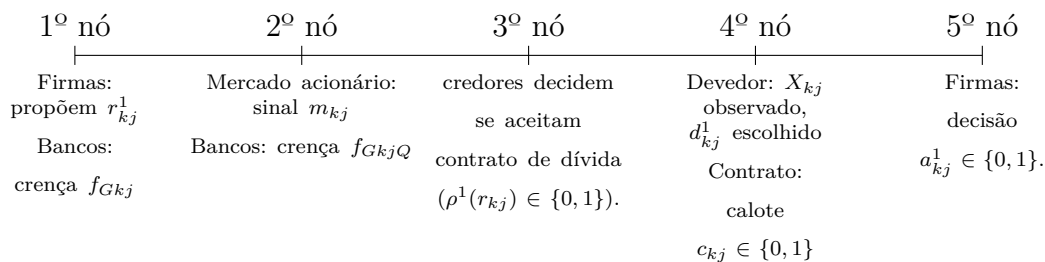


Figura 2.2: subjogo do mercado de crédito: capital aberto

Note que o subjogo da figura 2.2 é praticamente análogo ao da figura 2.1, exceto por alguns detalhes. Apesar da venda da participação β_0 para diver-

⁴ Essa escolha é feita a fim de simplificar o modelo. Para trabalhos que lidam diretamente com o motivo de diversificação ver, por exemplo, Chemmanur e Fulghieri (1999).

⁵ Sobre isso, ver La Porta et al. (1999) e Shleifer e Wolfenzon (2002)

sificação de risco na abertura de capital, há um benefício de monitoramento quando $i = 1$, ilustrado no segundo nó da figura 2.2. Formalmente, trata-se de um sinal

$$m_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{se } \theta_j = G \\ \tilde{m}_{kj}, & \text{se } \theta_j = B, \end{cases} \quad (2-2)$$

com

$$\tilde{m}_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{com probabilidade } 1 - Q(f_{Gkj}) \\ B, & \text{com probabilidade } Q(f_{Gkj}). \end{cases} \quad (2-3)$$

Em palavras, investidores institucionais obtêm informação privada ruidosa m_{kj} acerca da qualidade dos projetos que os gestores da empresa pretendem tomar. Essa informação serve como um detector de projetos ruins: o sinal dispara com probabilidade $Q(f_{Gkj})$ quando um projeto ruim é detectado, mas nada faz quando há projetos bons. Se os gestores tocarem os projetos ruins, essa informação se propaga pelo mercado acionário através dos preços das ações e seu tipo ruim é automaticamente revelado. Se, antes de ir ao mercado de crédito (segundo nó da figura 2.2), tais gestores sabem que essa informação foi revelada para investidores institucionais, eles preferirão se abster do projeto e não haverá empréstimo. Em outras palavras, m_{kj} filtra projetos ruins do mercado antes mesmo de eles irem ao mercado de crédito. Claramente, a eficiência dessa informação melhora quanto maior forem os mecanismos de punição dos gestores ruins, isto é, quanto mais ampla for a cobertura dos analistas e maior o volume de negociações na bolsa. Isso é modelado da seguinte forma: o mapa $Q(f_{Gkj})$ é crescente na crença de que uma determinada firma é boa (f_{Gkj}). Intuitivamente, uma firma com maior reputação tem maior cobertura dos analistas e é mais negociada no mercado. Assim, quanto maior a reputação de uma empresa, maior será a probabilidade de que uma firma ruim seja detectada.

Neste trabalho focaremos em um caso extremo: suponha que exista um *cutoff* exógeno \bar{f}_G de reputação abaixo do qual as firmas não recebem atenção no mercado acionário. Acima dele, a reputação é suficiente para chamar atenção de investidores. A hipótese 2.1 postula uma forma funcional descontínua para o mapa $Q(\cdot)$ que traduz essa especificação.

Hipótese 2.1 *A função de eficiência do mercado Q segue a regra*

$$Q(f_{Gkj}) = \begin{cases} 0, & \text{se } f_{Gkj} < \bar{f}_G \\ \bar{Q}, & \text{se } f_{Gkj} \geq \bar{f}_G \end{cases} \quad (2-4)$$

em que $\bar{Q} \in (0, 1]$.

Para níveis de reputação abaixo de \bar{f}_G a empresa seria tão pouco negociada no mercado acionário que este nada adicionaria ao conjunto informacional dos bancos. Para níveis acima, por outro lado, há algum monitoramento. Os

parâmetros \bar{f}_G e \bar{Q} são exógenos e eles determinam tanto se as firmas abrirão capital quanto também o momento em que isso ocorre.

Além da presença do mecanismo de monitoramento, um outro detalhe importante é que, embora o retorno X_{kj} não seja observado pelo banco, as firmas devem reportar o fluxo de caixa livre para os investidores e optar por distribuir os dividendos. No entanto, se uma firma do tipo B bem sucedida reporta um lucro alto $B > G$, seu tipo será revelado para o mercado e a firma será excluída do mercado. Neste caso, supomos que as firmas do tipo B irão reportar no máximo G , com os controladores embolsando a diferença $B - G$. Isso porque apenas projetos arriscados podem entregar mais do que G . Desse modo, reportar um retorno maior significaria revelar o tipo da firma e correr o risco de não receber empréstimos futuros.

Quanto aos dividendos, iremos supor que todo o fluxo de caixa seja distribuído em forma de dividendos. Isso porque, como há um problema de seleção adversa, há o risco de futuramente a firma ser eliminada do mercado e não distribuir os lucros retidos. Por isso, neste caso, os investidores irão querer receber agora o fluxo de caixa livre das empresas. Em resumo, são duas as hipóteses adicionais referentes às firmas que abrem capital.

Hipótese 2.2 *Empreendedores de firmas do tipo B não reportarão o lucro total B em caso de sucesso, mas apenas o lucro total G , embolsando a diferença $B - G$, a fim de não revelar seu tipo.*

Hipótese 2.3 *As firmas com capital aberto distribuirão todo o fluxo de caixa como dividendos.*

Apesar dessas diferenças entre subjogo de capital aberto ou fechado as decisões tomadas são as mesmas. Em outras palavras, qualquer que seja o estado $i \in \{0, 1\}$ em que o jogo estágio é jogado, as firmas devem escolher um valor de face (r_{kj}^i), quanto irão repagar (d_{kj}^i) e qual será o estado no período seguinte (a_{kj}^i). A fim de que possamos caracterizar essas decisões no equilíbrio, é preciso explicitar os *payoffs* dos jogadores. O *payoff* da firma do tipo $\theta_j \in \{B, G\}$ na primeira etapa (contrato de dívida) do subjogo, no fim período τ_k , estado i é

$$\pi_{kj}^i = \begin{cases} (1 - i\beta_0)(G - d_{kj}^i)\chi_{d_{kj}^i \geq r_{kj}^i} \chi_{d_{kj}^i \leq G}, & \text{se } \theta_j = G \\ [(1 - i\beta_0)\pi(B - d_{kj}^i) + B - G]\chi_{d_{kj}^i \geq r_{kj}^i} \chi_{d_{kj}^i \leq B}, & \text{se } \theta_j = B. \end{cases} \quad (2-5)$$

O *payoff* depende do estado da firma. Se capital fechado, $i = 0$ e a fração que o empreendedor recebe é 1. Se $i = 1$ a fração é $1 - \beta_0$. O valor recebido depende do quanto ela escolhe pagar de volta ao banco (d_{kj}^i). Note que, se $\theta_j = B$, há

um *payoff* adicional $B - G$, que corresponde ao quanto os empreendedores de firmas ruins conseguem roubar dos acionistas. A firma não pode escolher pagar mais do que o fluxo de caixa do investimento e, se escolhe pagar menos do que o valor de face, a tecnologia de liquidação zera o *payoff*, como indicado pelas funções indicadoras χ .

Após recebido o *payoff* em (2-5) as firmas optam por abrir ou fechar capital. Sejam E_{kj}^0 e E_{kj}^1 os valores das ações das firmas quando se encontram com capital fechado ou aberto em τ_k , em termos dos penúltimos nós das figuras 2.1 e 2.2, imediatamente antes de recebido o fluxo de caixa X_{kj} . Como a decisão de abrir ou de fechar capital se dá ao final do período, depois de recebido o fluxo de caixa do investimento, o valor que importa é $E_{k+1,j}^i$. O *payoff* de se abrir ou se fechar capital é

$$\omega_{kj}^i = \begin{cases} \beta_0 d_\lambda a_{kj}^0 E_{k+1,j}^1, & \text{se } i = 0 \\ -\beta_0 d_\lambda (1 - a_{kj}^1) E_{k+1,j}^0, & \text{se } i = 1. \end{cases} \quad (2-6)$$

O desconto intertemporal é

$$d_\lambda = \mathbb{E}[R^{-\Delta\tau_k} | \tau_{k-1}] \quad (2-7)$$

pois leva em conta que o intervalo de tempo entre um choque e outro é aleatório.

Quando as firmas optam por abrir capital ($a_{kj}^0 = 1$), uma proporção β_0 da firma é vendida. O valor do *equity* vendido depende de como o mercado avalia os fluxos de caixa futuros da firma a partir da próxima oportunidade de investimento (que é quando as decisões de abertura de capital fazem efeito). O valor desse *equity* é $d_\lambda E_{k+1,j}^1$. Por outro lado, fechamento de capital ($a_{kj}^1 = 0$) envolve recompra de proporção β_0 de ações ao valor de mercado $d_\lambda E_{k+1,j}^0$.

Assim, as decisões do empreendedor são feitas de modo a maximizar o fluxo de *payoffs*

$$\sum_{k=0}^{\infty} d_\lambda^k \Pi_{kj}^{a_{k-1,j}} \quad (2-8)$$

em que

$$\Pi_{kj}^i = \pi_{kj}^i + \omega_{kj}^i \quad (2-9)$$

e o índice i é substituído por $a_{k-1,j}$, indicando que o estado em τ_k é definido pela escolha $a_{k-1,j}$ feita em τ_{k-1} .⁶ Definimos $a_{-1,j} = 0$ para todo j , indicando que as firmas estão inicialmente com capital fechado.

Por parte dos investidores, começamos pelas suas crenças (f_{Gkj}, f_{GkjQ}). Elas são atualizadas com base apenas no histórico de calotes e estados das firmas, bem como, no caso de firmas de capital aberto, na eficiência

⁶ Obviamente, $a_{k-1,j}$ depende da escolha em τ_{k-2} , que depende da escolha em τ_{k-3} e assim sucessivamente. Ao invés de adotar uma notação poluída como $a_{k-1,j}^{a_{k-2,j}^{a_{k-3,j}^{\dots}}}$, denoto simplesmente $a_{k-1,j}$.

informacional dos preços. A informação advinda dessa eficiência informacional não é transmitida de um período para o outro. A ideia é a seguinte: o parâmetro Q sumariza a probabilidade de aquisição de informação privada de investidores informados, que logo se torna pública quando suas ações são negociadas na bolsa. Diante disso, os empreendedores detectados se abstêm de ir ao mercado de crédito e a informação dos bancos não se atualiza, permitindo a esses empreendedores se juntar novamente ao *pool* de firmas com crença f_{Gkj} .

Hipótese 2.4 *A única informação transmitida dos bancos em τ_k para os bancos em τ_{k+1} é o histórico de calotes e de estados das firmas. A informação obtida no monitoramento do mercado acionário não é transmitida. Em outros termos, f_{Gkj} não depende de Q , mas apenas do histórico $(a_{pj}, c_{pj})_{p < k, j \in [0,1]}$.*

Os bancos devem apenas escolher entre emprestar ou investir em ativos livres de risco. A restrição de participação depende de o capital ser aberto ou fechado. Supondo $d_{kj}^i < G$ e $d_{kj}^i \geq r_{kj}^i$, as restrições de participação são

$$(f_{Gkj} + \pi(1 - f_{Gkj}))d_{kj}^0 \geq R \quad (2-10)$$

se com capital fechado e

$$(f_{Gkj} + \pi(1 - Q)(1 - f_{Gkj}))d_{kj}^1 + Q(1 - f_{Gkj})R \geq R \quad (2-11)$$

se com capital aberto. A razão é simples. Quando as firmas têm capital fechado, a probabilidade de pagar d_{kj}^i , dado que é boa, é 1 e, dado que é ruim, é π , por isso, com capital fechado, há uma probabilidade $f_{Gkj} + \pi(1 - f_{Gkj})$ de receber d_{kj}^0 . Por outro lado, quando o capital é aberto, há uma probabilidade Q de detectar uma firma ruim e, neste caso, o banco investirá em ativo livre de risco. Por outro lado, o caso de não detecção implica uma probabilidade $f_{Gkj} + \pi(1 - Q)(1 - f_{Gkj})$ de pagar d_{kj}^1 .

Tendo descrito os subjugos com capital aberto e fechado, definiremos estratégias e equilíbrio. As estratégias estão resumidas na definição 2.5 e o equilíbrio em 2.6.

Definição 2.5 *Uma estratégia da firma j consiste em uma sequência de escolhas $(r_{kj}^0, r_{kj}^1, d_{kj}^0, d_{kj}^1, a_{kj}^0, a_{kj}^1)_{k \in \mathbb{N}}$ de abertura e de fechamento de capital, valores de faces em cada estado e período de tempo, bem como decisões de repagamento de dívidas.*

Uma estratégia do banco consiste em uma sequência de famílias de decisões $((\rho_{kj}^0(\cdot), \rho_{kj}^1(\cdot))_{j \in [0,1]})_{k \in \mathbb{N}}$ de emprestar ou não recursos para cada empresa j . As decisões $\rho_{kj}^i(\cdot)$ são funções do valor de face proposto r_{kj}^i .

Definição 2.6 (Equilíbrio Perfeito Bayesiano) Um *equilíbrio* consiste em um perfil de estratégias $(r_{kj}^i, \rho^i(r_{kj}), d_{kj}^i, a_{kj}^i)_{k \in \mathbb{N}, j \in [0,1], i \in \{0,1\}}$ e de crenças $(f_{Gkj}, f_{GkjQ})_{k \in \mathbb{N}, j \in [0,1]}$ tais que

1. As crenças são **consistentes**, isto é, atualizam-se de acordo com a regra de Bayes, sempre que possível.
2. As estratégias são **sequencialmente racionais**, isto é, maximizam os fluxos de payoffs dos empreendedores em (2-8) em cada sub-história do jogo e os payoffs dos bancos, de acordo com as restrições de participação em (2-10) e (2-11), dadas as crenças.

Antes de prosseguir à caracterização do equilíbrio alguns resultados preliminares precisam ser estabelecidos. Os lemas 2.7 e 2.8 estabelecem que firmas sabidamente ruins não receberão empréstimos no equilíbrio e que as firmas escolherão sempre repagar o mínimo possível. Por fim, argumento que o único equilíbrio possível neste jogo é *pooling*. Com estes resultados, prosseguirei à caracterização do equilíbrio nos próximos capítulos.

Lema 2.7 *Em qualquer equilíbrio, se o investidor sabe que a firma é do tipo B, então não há empréstimo.*

Demonstração. Este é um caso particular de (2-10) e (2-11) no qual $f_{Gkj} = 0$. Como $d_{kj}^i \leq B$ e $\pi B < R$, as IRs não são satisfeitas. ■

Lema 2.8 *Em qualquer equilíbrio o repagamento escolhido pelas firmas não é maior do que o valor de face proposto.*

Demonstração. Como repagamentos não são observados pelos investidores, a crença $f_{Gk+1,j}$ não será afetada por d_{kj}^i . No caso de um repagamento, o único *payoff* relevante é $G - d_{kj}^i$ com $d_{kj}^i \geq r_{kj}^i$. Ele é máximo quando d_{kj}^i é mínimo possível: $d_{kj}^i = r_{kj}^i$. ■

A demonstração do lema 2.9 está no apêndice A.1.

Lema 2.9 *O único tipo de equilíbrio possível é pooling.*

Note que o lema 2.9 não garante unicidade de equilíbrio. De fato, qualquer sequência $(a_k^i)_{k,i} \in \{0,1\}^{\mathbb{N}}$ pode compor um equilíbrio, desde que isso esteja especificado na definição das crenças f_{Gkj} . Por exemplo, suponha que $a_k^0 = a_k^1 = (1, 1, 1, \dots)$. As crenças que sustentam um equilíbrio deste tipo são

$$f_{Gkj} = \begin{cases} 0, & \text{se } a_{pj} \neq a_p, \text{ ou } c_{pj} = 0, \exists p < k \\ f_{Gk} & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Do ponto de vista dos empreendedores, não há incentivo para desviar desta trajetória pois isso implicaria um *payoff* nulo para o período seguinte. O critério de seleção de equilíbrio deve recair, portanto, sobre a escolha da trajetória $(a_k^i)_{k,i}$. Intuitivamente, o equilíbrio mais eficiente é aquele em que $(a_k^i)_{k,i}$ maximiza a utilidade dos empreendedores das firmas do tipo G . De fato, é mais provável que firmas do tipo G ditem qual será a trajetória do equilíbrio do que firmas do tipo B . Isso porque os bancos estão dispostos a emprestar a firmas do tipo G mas não estão dispostos a emprestar a firmas do tipo B . Desse modo, formularão crenças mais alinhadas com os interesses das firmas do tipo G . Nos próximos capítulos iremos caracterizar o equilíbrio *pooling* selecionado.

3

Caracterização do equilíbrio: mercado de crédito e *tradeoffs* de abrir capital e de mantê-lo aberto

Neste capítulo iremos caracterizar o equilíbrio em três etapas: na primeira, estabelecemos as estratégias de equilíbrio do mercado de crédito, na segunda, as escolhas de abertura de capital e, na terceira, as escolhas de fechamento de capital.

3.1

Mercado de crédito

O sistema de crenças abaixo sustenta um equilíbrio *pooling* do tipo $(r_k^i, \rho^i, d_{kj}^i, a_k^i)_{k \in \mathbb{N}, j \in [0,1], i \in \{0,1\}}$:

$$f_{Gkj} = \begin{cases} f_{Gk}, & \text{se } a_{pj} = a_p, c_{pj} = 0 \quad \forall p < k \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3-1)$$

com

$$f_{Gk} = \frac{f_{Gk-1}}{f_{Gk-1} + \pi(1 - f_{Gk-1})} \quad (3-2)$$

é a atualização bayesiana da crença f_{Gk-1} , com a *prior* $f_{G0} = f_G$. Note que a sequência f_{Gk} é crescente em k pelo lema 3.1 demonstrado no apêndice A.2.¹

Lema 3.1 *As crenças*

$$f_{Gk} = \frac{f_{Gk-1}}{f_{Gk-1} + \pi(1 - f_{Gk-1})} = \frac{f_G}{f_G + (1 - \pi^k)f_G}$$

são crescentes em k .

Pelo lema 2.8, os pagamentos serão:

$$d_{kj}^i = \begin{cases} r_k^i, & \text{se } X_{kj} \geq r_k^i \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3-3)$$

No equilíbrio *pooling*, o valor de face proposto é o mesmo para todas as firmas e há uma crença homogênea f_{Gk} sobre elas. A restrição de participação

¹ Essas são as crenças no equilíbrio. As crenças fora do equilíbrio devem ser tais que não induzam desvio das estratégias. Atribuir $f_{Gkj} = 1$ para quem desvia, por exemplo, incentiva isso. As crenças fora do equilíbrio em um equilíbrio perfeito bayesiano podem ser quaisquer desde que $f_{Gkj} < f_{Gk}$. Como conveniência, supomos $f_{Gkj} = 0$ fora do equilíbrio.

do investidor reduz-se a

$$[f_{Gk} + (1 - f_{Gk})\pi]r_k^0 \chi_{G \geq r_k^0} \geq R \quad (3-4)$$

se $i = 0$ e

$$\{[f_{Gk} + (1 - f_{Gk})(1 - Q)\pi]r_k^1 + Q(1 - f_{Gk})R\} \chi_{G \geq r_k^1} \geq R \quad (3-5)$$

se $i = 1$.

O lema 3.2 estabelece condições para que os bancos emprestem.

Lema 3.2 *No candidato a equilíbrio, o banco não empresta para a firma j se esta deu calote em algum momento ou se alguma decisão anterior a_{pj} desviou da prescrição a_p . Além disso, o banco não emprestará para o pool que nunca deu calote nem desviou de $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ se*

1. $[f_{Gk} + (1 - f_{Gk})\pi]r_k^0 \chi_{G \geq r_k^0} < R$ e $i = 0$; ou
2. $\{[f_{Gk} + (1 - f_{Gk})(1 - Q)\pi]r_k^1 + Q(1 - f_{Gk})R\} \chi_{G \geq r_k^1} < R$ e $i = 1$.

O lema 3.2 diz apenas que os bancos não irão investir em projetos com valor presente líquido negativo. Com efeito, um calote ou desvio na trajetória $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ revela o tipo B de acordo com a crença (3-1). Como o tipo B tem projetos com VPL negativo, o investimento na firma com $\theta_j = B$ revelado não é feito. Um corolário é

Corolário 3.3 *No candidato a equilíbrio, não há empréstimo se $r_k > G$.*

Com isso, o equilíbrio é tal que r_k é mínimo possível para garantir a restrição de participação dos bancos (3-4) e (3-5).

Lema 3.4 *No equilíbrio pooling, os valores de face serão os mínimos para os quais os bancos participem, dadas as crenças:*

$$r_k^0 = \frac{R}{\pi + (1 - \pi)f_{Gk}} \quad (3-6)$$

$$r_k^1 = \frac{R(1 - Q) + QRf_{Gk}}{\pi(1 - Q) + [1 - \pi(1 - Q)]f_{Gk}}. \quad (3-7)$$

O lema 3.4 é provado no apêndice A.3. A escolha de r_k^i mínimo possível pressupõe um mercado competitivo entre bancos, de modo que as firmas têm poder de barganha para escolher a menor taxa possível, maximizando o *payoff* esperado do período. Note que r_k^1 é definida a um nível de seleção adversa menor do que seria se fosse definida a taxa r_k^0 por causa da presença de Q . Menor seleção adversa quer dizer menor taxa de juros.

Corolário 3.5 $r_k^0 \geq r_k^1 \geq R$ com igualdade entre r_k^0 e r_k^1 se e somente se $Q = 0$. Igualdade de $r_k^0 = R$ se dá se e somente se $f_{Gk} = 1$. Igualdade $r_k^1 = R$ se dá se e somente se $f_{Gk} = 1$ ou $Q = 1$.

O corolário 3.5 torna claro o que significa redução dos custos de financiamento com abertura de capital. O monitoramento do mercado acionário, representado por Q filtra firmas ruins antes mesmo que elas possam receber o empréstimo, limpando-as do *pool* de firmas que irão ao mercado de crédito. O *pool* remanescente terá uma proporção maior de firmas boas do que teria se não houvesse esse mecanismo de triagem, o que reduz as assimetrias de informação entre os bancos e as firmas, com conseqüente redução das taxas de empréstimo bancário.

Corolário 3.6 *Empréstimo bancário é factível sob quaisquer circunstâncias* ($r_k^0 \leq G$ e $r_k^1 \leq G$) se e somente se

$$f_{Gk} \geq \underline{f}^0 \equiv \frac{R - \pi G}{G(1 - \pi)}. \quad (3-8)$$

O parâmetro \underline{f}^0 é o nível mínimo de reputação para o qual o mercado de crédito não colapse.

Como f_{Gk} é crescente, uma hipótese que garanta a condição imposta no corolário 3.6 para que o mercado de crédito não colapse é

Hipótese 3.7 *A crença inicial f_G é maior do que a crença mínima para que o mercado de crédito não colapse \underline{f}^0 definida no corolário 3.6: $f_G > \underline{f}^0$*

De agora em diante, 3.7 é uma hipótese do modelo. Esta hipótese atende ao propósito de evitar situações iniciais em que o mercado de crédito colapsa e de garantir que haja sempre um lucro positivo ($f_G > \underline{f}^0 \Rightarrow r_k^0 < G$). Se fosse possível $f_G \leq \underline{f}^0$, as taxas de juros dos empréstimos teriam que ser superiores à capacidade de repagamento das firmas do tipo G , inviabilizando qualquer empréstimo.

As decisões de valores de face no candidato a equilíbrio *pooling* estão caracterizados. Os valores r_k^1 e r_k^0 no lema 3.4 são de fato sequencialmente racionais em relação às crenças f_{Gk} dos investidores pois maximizam o retorno $G - r_k^i$, dadas tais crenças. Como as taxas de juros tornam os bancos indiferentes entre livre de risco e emprestar, $\rho^i(r_{kj})$ é também sequencialmente racional.

A seqüência $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ será caracterizada nas seções seguintes conforme a discussão final do lema 2.9: a seqüência $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ é aquela que maximiza o fluxo de *payoffs* esperado da firma do tipo G . A análise é separada em duas situações:

1. Firmas com capital fechado decidindo se abrem capital ($a_k^0 = 1$) ou se mantêm fechado ($a_k^0 = 0$);

2. Firmas com capital aberto decidindo se mantêm aberto ($a_k^1 = 1$) ou se fecham capital ($a_k^1 = 0$).

3.2

A decisão de abertura de capital

A abertura de capital envolve uma venda de participação β_0 a um preço $d_\lambda E_{k+1}^1$, que corresponde à avaliação de mercado de firmas com capital aberto em τ_{k+1} . Por conveniência, isto está expresso em termos do final do período τ_{k+1} , imediatamente antes de recebido o *payoff* $X_{k+1,j}$, descontado a valores do final do período τ_k (penúltimos nós das figuras 2.1 e 2.2) pelo desconto intertemporal ajustado d_λ . Isso porque os efeitos da decisão em τ_k se realizarão somente em τ_{k+1} . Além disso, firmas que se separaram do *pool* já terão sido eliminadas do mercado, seja por *default* seja por detecção no mercado acionário. Desse modo, a avaliação de mercado pode ser indexada simplesmente por $k+1$, isto é, o preço da ação é o mesmo para todas as firmas j que pertençam ao *pool* de firmas sobreviventes.

3.2.1

A avaliação de mercado

Ao final do período τ_{k+1} e imediatamente antes de receber o fluxo de caixa $X_{k+1,j}$ ilustrado nos penúltimos nós das figuras 2.1 e 2.2, o mercado avalia como incerto o fluxo de caixa livre $G - r_{k+1}^1$ por parte das empresas de capital aberto. Essa incerteza é representada pelo parâmetro π_{k+1}^Q , expresso por

$$\pi_{k+1}^Q = f_{Gk+1} + \pi(1-Q)(1-f_{Gk+1}). \quad (3-9)$$

Existe uma probabilidade f_{Gk+1} de a firma ser do tipo G e $1 - f_{Gk+1}$ caso contrário. Se a firma for do tipo G , o pagamento é certo (probabilidade 1). Se a firma for do tipo B , o pagamento é incerto com probabilidade π e, além disso, somente uma proporção $1 - Q$ de firmas do tipo B terão recebido o empréstimo, devido ao monitoramento no mercado aberto. Por isso o fator $\pi(1 - Q)$ multiplicando $1 - f_{Gk+1}$.

Diante disso, a avaliação de mercado da firma é:

$$E_{k+1}^1 = \pi_{k+1}^Q(G - r_{k+1}^1) + d_\lambda E_{k+2}(a_{k+1}^1). \quad (3-10)$$

O termo de continuação $E_{k+2}(a_{k+1}^1)$ dependerá das escolhas subsequentes, a partir de τ_{k+1} , dado que o capital está aberto em τ_{k+1} (estado $i = 1$). A probabilidade π_{k+1}^Q traduz a seleção adversa. Quando $\pi_{k+1}^Q = 1$, a probabilidade de receber o fluxo de caixa, do ponto de vista do mercado, é 1. Isso equivale a

dizer que $f_{Gk+1} = 1$. Não há seleção adversa. Quanto mais próximo de 1 for o parâmetro π_{k+1}^Q menor a seleção adversa.

3.2.2

O benefício líquido de se abrir capital

Do ponto de vista do empreendedor da firma do tipo G , o benefício líquido de se abrir capital é o saldo entre fluxos futuros

1. Do diferencial de taxas de juros entre capital fechado e aberto; e
2. Do custo de seleção adversa no preço das ações.

A fim de esclarecimento, considere um modelo de número finito K de oportunidades de investimentos. No período τ_{K-1} a firma decide se abre capital e, em τ_K , realizam-se os efeitos da decisão em τ_{K-1} . Caso a firma opte por não abrir capital, receberá em τ_K um *payoff* de

$$G - r_K^0. \quad (3-11)$$

Do contrário, o mercado avaliará a empresa num valor

$$E_K^1 = \pi_K^Q(G - r_K^1)$$

e o *payoff* será

$$(1 - \beta_0)(G - r_K^1) + \beta_0 E_K^1,$$

ou,

$$(1 - \beta_0)(G - r_K^1) + \beta_0 \pi_K^Q(G - r_K^1) = [1 - \beta_0(1 - \pi_K^Q)](G - r_K^1). \quad (3-12)$$

Se não houvesse seleção adversa, $\pi_K^Q = 1$ e o empreendedor da firma do tipo G ficaria com o *payoff* total $G - r_K^1$. A expressão (3-12) incorpora, portanto, o quanto se está perdendo por seleção adversa. O benefício líquido de se abrir capital no penúltimo período é a diferença entre os *payoffs* (3-12) e (3-11), representado por B_K^{01} , que pode ser rearranjado da seguinte forma:

$$B_K^{01} = r_K^0 - r_K^1 - \beta_0(1 - \pi_K^Q)(G - r_K^1). \quad (3-13)$$

Embora a decisão ocorra em τ_{K-1} , o efeito só é relevante em τ_K , por isso o índice K na expressão do benefício líquido. A decisão de abrir capital depende do sinal da expressão (3-13). Se positivo, abre capital, se negativo, não abre. Por fim, note que se trata, de fato, do saldo entre diferencial de taxas de juros ($r_K^0 - r_K^1$) e custo de seleção adversa $\beta_0(1 - \pi_K^Q)(G - r_K^1)$.

A fim de capturar os efeitos de longo prazo na análise, considere a decisão de abrir capital em τ_{K-2} . Sejam a_{K-1}^0 e a_{K-1}^1 as decisões ótimas, em τ_{K-1} , caso

a firma mantenha o capital fechado ou abra o capital em τ_{K-2} . Se $a_{K-1}^0 = a_{K-1}^1$ então é porque a decisão em τ_{K-2} não afeta a decisão ótima em τ_{K-1} . É de se esperar, neste caso, que a firma somente levará em conta os efeitos em τ_{K-1} da abertura de capital. Se $a_{K-1}^0 \neq a_{K-1}^1$ então é porque a decisão em τ_{K-2} afeta a decisão ótima em τ_{K-1} . É de se esperar, neste caso, que a firma levará em conta tanto efeitos em τ_{K-1} quanto em τ_K .

Se a firma decide manter o capital fechado em τ_{K-2} o ganho do empreendedor é

$$G - r_{K-1}^0 + d_\lambda \left[G - r_K^0 + a_{K-1}^0 B_K^{01} \right]. \quad (3-14)$$

Em palavras: o empreendedor recebe o *payoff* de capital fechado em τ_{K-1} , mas em τ_K tudo depende da decisão a_{K-1}^0 : se mantiver fechado ($a_{K-1}^0 = 0$), o *payoff* segue sendo $G - r_K^0$. Se abrir ($a_{K-1}^0 = 1$) o *payoff* é: (*payoff* se fechado) + (*payoff* se aberto) - (*payoff* se fechado) = $G - r_K^0 + B_K^{01}$.

Por outro lado, abrir capital implica num ganho

$$(1 - \beta_0)(G - r_{K-1}^1) + \beta_0 E_{K-1}^1 + d_\lambda \left[G - r_K^0 - \beta_0 E_K^0 + a_{K-1}^1 B_K^{11} \right]. \quad (3-15)$$

Aqui surgem a avaliação de mercado da firma com capital fechado E_K^0 e o benefício líquido de manter o capital aberto B_K^{11} . Se $a_{K-1}^1 = 0$, então fecha-se capital e o *payoff* em τ_K é $G - r_K^0 - \beta_0 E_K^0$, em que $\beta_0 E_K^0$ é o preço da recompra de ações. Se $a_{K-1}^1 = 1$ então o *payoff* é: (*payoff* com capital aberto) = (*payoff* fechando capital) + (*payoff* mantendo capital aberto) - (*payoff* fechando capital) = $G - r_K^0 - \beta_0 E_K^0 + B_K^{11}$.

Note que

$$E_{K-1}^1 = \pi_{K-1}^Q (G - r_{K-1}^1) + d_\lambda E_K(a_{K-1}^1)$$

e

$$E_K(a_{K-1}^1) = a_{K-1}^1 E_K^1 + (1 - a_{K-1}^1) E_K^0 = E_K^0 + a_{K-1}^1 (E_K^1 - E_K^0).$$

Substituindo em (3-15),

$$\left[1 - \beta_0 (1 - \pi_{K-1}^Q) \right] (G - r_{K-1}^1) + d_\lambda \left[G - r_K^0 + a_{K-1}^1 (B_K^{11} + \beta_0 (E_K^1 - E_K^0)) \right]. \quad (3-16)$$

Agora, é possível mostrar que

$$B_K^{11} + \beta_0 (E_K^1 - E_K^0) = B_K^{01}.$$

Com efeito,

$$B_K^{11} = (1 - \beta_0)(G - r_K^1) - (G - r_K^0) + \beta_0 E_K^0. \quad (3-17)$$

Somando $\beta_0(E_K^1 - E_K^0)$ obtém-se

$$(1 - \beta_0)(G - r_K^1) - (G - r_K^0) + \beta_0 E_K^1 = B_K^{01}.$$

Assim, o *payoff* que se teria em se abrindo capital em τ_{K-2} seria

$$[1 - \beta_0(1 - \pi_{K-1}^Q)](G - r_{K-1}^1) + d_\lambda [G - r_K^0 + a_{K-1}^1 B_K^{01}]. \quad (3-18)$$

O benefício líquido de se abrir capital em τ_{K-2} é

$$B_{K-1}^{01} = r_{K-1}^0 - r_{K-1}^1 - \beta_0(1 - \pi_{K-1}^Q)(G - r_{K-1}^1) + d_\lambda(a_{K-1}^1 - a_{K-1}^0)B_K^{01}. \quad (3-19)$$

Se $a_{K-1}^1 = a_{K-1}^0$ então o valor de continuação $d_\lambda(a_{K-1}^1 - a_{K-1}^0)B_K^{01}$ é zero: se a decisão da firma em τ_{K-2} não afeta a decisão ótima em τ_{K-1} , então os *payoffs* decorrentes dessa e demais decisões futuras são irrelevantes para a decisão em τ_{K-2} e o benefício líquido de se abrir capital reduz-se a

$$B_{K-1}^{01} = r_{K-1}^0 - r_{K-1}^1 - \beta_0(1 - \pi_{K-1}^Q)(G - r_{K-1}^1) \equiv \bar{B}_{K-1}^{01}. \quad (3-20)$$

No exemplo ilustrativo acima, o princípio do desvio único é usado porque se está variando a decisão no instante τ_{K-2} mantendo as decisões ótimas em τ_{K-1} . Como o exemplo é de um jogo finito, isso não gera dificuldades. Em se valendo do princípio do desvio único no caso do jogo infinito ($K \rightarrow \infty$), podemos conjecturar uma forma geral para o benefício líquido de se abrir capital, à luz da análise deste exemplo como na equação (3-21):

$$B_{k+1}^{01} = \bar{B}_{k+1}^{01} + d_\lambda(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{01}. \quad (3-21)$$

Da validade do Princípio do Desvio Único. Formalmente, como vimos na equação (2-8) a firma do tipo G decide uma trajetória $(a_k^i)_{k \in \mathbb{N}, i \in \{0,1\}}$ de modo a maximizar o fluxo de *payoffs*

$$\sum_{k=0}^{\infty} d_\lambda^k \Pi_k^{a_{k-1}} \quad (3-22)$$

em que $a_k^i \in \{0, 1\}$ é uma decisão de abertura de capital para cada estado i , no período τ_k e a_k , sem superscrito, é a decisão na trajetória de equilíbrio, i.e., a decisão dadas as decisões passadas. As firmas começam com capital fechado, $a_{-1} = 0$. A decisão em τ_0 , na trajetória de equilíbrio, é $a_0 = a_0^0 \in \{0, 1\}$, a decisão em τ_1 é $a_1 = a_1^{a_0}$, em τ_2 é $a_2 = a_2^{a_1} = a_2^{a_0^0}$ e assim em diante. O *payoff* $\Pi_k^{a_{k-1}}$ da firma no final do período τ_k depende apenas da decisão que foi feita de τ_{k-1} em diante. De fato, o *payoff* instantâneo $\Pi_k^{a_{k-1}}$ é, simplesmente:

$$\Pi_k^{a_{k-1}} = (1 - \beta_0 a_{k-1})(G - r_k^{a_{k-1}}) + a_{k-1} \beta_0 d_\lambda E_{k+1}^1 - (1 - a_{k-1}) \beta_0 d_\lambda E_{k+1}^0. \quad (3-23)$$

A demonstração da validade do Princípio do Desvio Único para este modelo está no apêndice A.5.

Lema 3.8 *A sequência $(a_k^i)_{k \in \mathbb{N}, i \in \{0,1\}}$ é um equilíbrio se e somente se satisfaz ao princípio do desvio único. Em outras palavras, a solução do problema sequencial de escolher a sequência $(a_k^i)_{k \in \mathbb{N}, i \in \{0,1\}}$ de modo a maximizar a somatória (3-23) é equivalente à solução do problema recursivo de escolher, para cada τ_k , um a_k^i , dados $a_{k+1} = a_{k+1}^i, a_{k+2} = a_{k+2}^i, \dots$ ótimos, de modo a maximizar*

$$\Pi_{k+1}^{a_k^i} + \sum_{j=1}^{\infty} d_{\lambda}^j \Pi_{k+j+1}^{a_{k+j+1}^i}.$$

O princípio do desvio único permite-nos escrever o problema na forma recursiva (3-21) por argumento muito similar ao que foi feito no exemplo ilustrativo do início desta seção. A demonstração do lema 3.9 está no apêndice A.6.

Lema 3.9 *O benefício líquido de se abrir capital em τ_k é usufruído a partir de τ_{k+1} e segue a expressão (3-21) com \bar{B}_{k+1}^{01} definido de forma idêntica à definição (3-20), isto é,*

$$\bar{B}_{k+1}^{01} = r_{k+1}^0 - r_{k+1}^1 - \beta_0(1 - \pi_{k+1}^Q)(G - r_{k+1}^1). \quad (3-24)$$

Fica, portanto, estabelecido o *tradeoff* da abertura de capital. A firma abre capital se e somente se o diferencial de taxa de juros for grande o bastante para compensar a perda por seleção adversa. Mas, antes, convencionamos que, quando $B_{k+1}^{01} = 0$, a firma não abre capital.²

Hipótese 3.10 *Se o benefício líquido de abrir capital for zero, então a firma mantém o capital fechado.*

Assim, fica estabelecida a condição necessária e suficiente para abertura de capital em τ_k .

Lema 3.11 *No equilíbrio, $a_k^0 = 1$, isto é, a firma abre capital, se e somente se o benefício líquido de abrir capital (3-21) for positivo.*

A equação (3-21) e o lema 3.11 permitem algumas conclusões imediatas. A primeira delas envolve o comportamento quando $f_{Gk} = 1$. Neste caso, pela atualização bayesiana das crenças, $f_{Gk} = 1$ para todo k e, conseqüentemente, $r_k^0 = r_k^1 = R$ e $\pi_k^Q = 1$ para todo k . Daí segue que: 1) o diferencial de juros é sempre zero; e 2) o custo de seleção adversa $(1 - \pi_k^Q)(G - r_k^1)$ é sempre zero. Neste caso,

$$B_{k+1}^{01} = 0.$$

² Abrir capital envolve custos fixos não explicitados no modelo.

Ou seja, quando $f_{Gk} = 1$ a firma não abre capital pois não há incentivo para tanto.

Um outro resultado imediato é a relação entre o sinal do benefício líquido instantâneo de abrir capital \bar{B}_{k+1}^{01} e a decisão de abertura de capital. Se ele for não-positivo, então a firma não abre capital, ou, equivalentemente, temos o que diz o lema 3.12. Para esclarecer o que diz o lema, note primeiramente que, na expressão (3-21), o benefício líquido de se abrir capital é decomposto em duas partes: a primeira parte representa o benefício imediato e a segunda representa uma opção de espera. Caso o empreendedor da firma G não opte por abrir capital agora, essa decisão pode ou não mudar as decisões futuras. Caso não afete, a opção de espera é nula. Contudo, se essa decisão afetar, o empreendedor compara o que ele faria em seguida se abrisse capital com o que ele faria se não abrisse e pondera se é melhor aguardar um momento mais oportuno de abrir capital.

O lema 3.12 é consequência do fato de que a opção de espera é negativa em termos de benefício de abrir capital agora: abrir capital agora significa abrir mão da opção de abrir posteriormente. Em outras palavras, se a firma abre capital agora, é porque existe um benefício instantâneo positivo de abrir capital (e este é superior à opção de espera).

Lema 3.12 *Se $a_k^0 = 1$ então $\bar{B}_{k+1}^{01} > 0$. Ou, o que significa o mesmo: $\bar{B}_{k+1}^{01} \leq 0 \Rightarrow a_k^0 = 0$.*

Demonstração. Note que $(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2} \leq 0$. Com efeito, observe a tabela 3.1. Quando $a_{k+1}^1 = a_{k+1}^0$ o valor de continuação não importa. Assim, se $B_{k+1}^{01} > 0$ então deverá ser $\bar{B}_{k+1}^{01} > 0$. Se $a_{k+1}^1 = 0$ e $a_{k+1}^0 = 1$ então é porque $B_{k+2}^{01} > 0$. Mas $(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{01} = -B_{k+2}^{01} < 0$ neste caso. Portanto, a fim de que $B_{k+1}^{01} > 0$ o termo \bar{B}_{k+1}^{01} deve ser positivo. Analogamente se $a_{k+1}^1 = 1$ e $a_{k+1}^0 = 0$.

a_{k+1}^1	a_{k+1}^0	$(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{01}$
0	0	0
0	1	$-B_{k+2}^{01} < 0$
1	0	$B_{k+2}^{01} \leq 0$
1	1	0

Tabela 3.1: Sinal de $(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{01}$.

■

O lema 3.12 estabelece que é muito importante definir a forma funcional de \bar{B}_{k+1}^{01} . Por isso, o lema 3.13 estabelece quando \bar{B}_{k+1}^{01} é negativo.

Lema 3.13 *Se $f_{Gk+1} \in (\underline{f}^0, 1]$ é tal que $Q(f_{Gk+1}) = 0$ então $\bar{B}_{k+1}^{01} < 0$.*

Demonstração. Quando $Q(f_{Gk+1}) = 0$, monitoramento é irrelevante e $r_{k+1}^0 = r_{k+1}^1$. Isso significa que o ganho de taxa de juros é zero, só restando

$$\bar{B}_{k+1}^{01} = -\beta_0(1 - \pi_{k+1}^Q)(G - r_{k+1}^1) < 0. \quad \blacksquare$$

Estabelecer o comportamento de \bar{B}_{k+1}^{01} resume-se a estabelecer o que ocorre quando $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$, isto é, quando $Q(f_{Gk+1}) = \bar{Q}$. No apêndice A.7 demonstramos que existem três comportamentos possíveis, a depender do valor de \bar{Q} . Em todos eles, o benefício líquido é negativo enquanto $f_G < \bar{f}_G$ porque não há ganho de eficiência informacional neste caso, e o benefício líquido tende a zero quando f_{Gk} tende para 1 porque neste caso não há seleção adversa. A diferença se dá na porção $1 > f_G \geq \bar{f}_G$. Primeiramente, veremos como cada formato depende de \bar{Q} . Se existir, denote por $\bar{f}^0 \in [\bar{f}_G, 1)$ o nível de reputação para o qual $\bar{B}_{k+1}^{01} = 0$ se $f_{Gk+1} = \bar{f}^0$.

O primeiro resultado importante é que \bar{B}_{k+1}^{01} cresce com \bar{Q} , qualquer que seja $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$.

Lema 3.14 *O benefício líquido instantâneo de abrir capital cresce com \bar{Q} quando $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$.*

Demonstração. A taxa r_{k+1}^1 é tão menor quanto maior for \bar{Q} porque este é o parâmetro que reduz a seleção adversa. Além disso, o custo de seleção adversa $1 - \pi_{k+1}^Q$ também está caindo, na medida em que $\pi_{k+1}^Q \rightarrow 1$ quando $Q \rightarrow 1$ de maneira crescente. É, portanto, mais benéfico abrir capital quanto maior for \bar{Q} . \blacksquare

Um corolário do lema 3.14 é que \bar{f}^0 é crescente com \bar{Q} .

Corolário 3.15 *\bar{f}^0 é crescente com \bar{Q} .*

Demonstração. Sejam $\bar{Q}_1 < \bar{Q}_2$ e \bar{f}_1^0 e \bar{f}_2^0 seus respectivos \bar{f}^0 s. Do lema 3.14, $\bar{B}^{01}(\bar{f}_2^0, \bar{Q}_1) < \bar{B}^{01}(\bar{f}_2^0, \bar{Q}_2) = 0$. Technicalidades de \bar{B}^{01} a serem resolvidas no apêndice A.7 mostram que isso implica em $\bar{f}_1^0 < \bar{f}_2^0$. \blacksquare

O lema 3.16 resume a forma funcional de \bar{B}_{k+1}^{01} como função de f_{Gk+1} e é demonstrado no apêndice A.7.

Lema 3.16 *1. Existe um nível Q^* de eficiência informacional dos preços para o qual $\bar{Q} \geq Q^*$ implica $\bar{B}_{k+1}^{01} > 0$ sempre que $1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$. Esse cutoff Q^* é*

$$\bar{Q} \geq Q^* = \frac{\beta_0(1 - \pi) \left(\frac{G}{R} - 1 \right)}{(1 - \pi) - \beta_0\pi \left(\frac{G}{R} - 1 \right)}; \quad (3-25)$$

2. Quando $\bar{Q} < Q^$, duas coisas podem ocorrer:*

- (a) $\bar{f}^0 \leq \bar{f}_G$ ($\bar{Q} \ll Q^*$). Neste caso, denotado por $\bar{Q} \ll Q^*$, o benefício líquido instantâneo de abrir capital nunca é positivo;
- (b) $\bar{f}^0 > \bar{f}_G$ ($\bar{Q} < Q^*$). Neste caso, denotado simplesmente por $\bar{Q} < Q^*$, o benefício líquido instantâneo de abrir capital só é positivo em $\bar{f}_G \leq f_{Gk+1} < \bar{f}^0$.

O lema 3.16 estabelece que existem três níveis de \bar{Q} : **baixo para abertura de capital** ($\bar{Q} \ll Q^*$), **intermediário para abertura de capital** ($\bar{Q} < Q^*$) e **alto para abertura de capital** ($\bar{Q} \geq Q^*$). Note que esses três conceitos são relativos a um parâmetro Q^* (endógeno) que reflete o ambiente institucional (β_0) e de mercado (π, G, R). Quando $\bar{Q} \ll Q^*$ a eficiência informacional é tão baixa que não compensa o custo de seleção adversa para abrir capital, qualquer que seja o nível reputacional (o lema 3.12 garante que não há abertura de capital neste caso). Os casos mais interessantes são quando $\bar{Q} < Q^*$ e $\bar{Q} \geq Q^*$. Quando $\bar{Q} < Q^*$, o benefício líquido instantâneo de abrir capital é positivo a níveis intermediários de reputação, mas é negativo a níveis altos: quando a eficiência informacional é intermediária para um dado ambiente institucional e de mercado (Q^*), firmas com elevada reputação no mercado não abririam capital. Por fim, o caso $\bar{Q} \geq Q^*$ corresponde àquele em que a eficiência informacional é alta para um determinado ambiente institucional e de mercado. Neste caso, é possível que firmas com elevada reputação abram capital.

O *cutoff* Q^* pode ser entendido como sendo o limiar que torna a decisão de abertura de capital de empresas com reputação muito alta mais sensível a \bar{Q} . Para entender isso, tome um caso extremo de empresas com reputação f_{Gk} em τ_k com $f_{Gk+1} = 1 - \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeno. Essas empresas sofrem pouco com problemas de custos de financiamento no mercado de crédito pois são praticamente boas e também não sofreriam muito com problemas de seleção adversa caso abrissem capital por igual razão. Por isso, o benefício líquido instantâneo de abrir capital é praticamente zero. Além disso, a sensibilidade do diferencial de taxas de juros à eficiência informacional de preços \bar{Q} é muito pequena, porque, afinal, r_k^0 e r_k^1 são praticamente próximos entre si e, cada uma delas, a R . Assim, para quebrar essa quase indiferença entre o diferencial de juros e a seleção adversa, a eficiência informacional tem que variar mais quando a reputação é próxima de 1. É por isso que empresas de reputação intermediária abrem capital quando $\bar{Q} < Q^*$ mas empresas com muita reputação não. Estas exigem uma eficiência maior para quebrar a indiferença.

É importante estabelecer sob que condições \bar{Q} é alto para abertura de capital. Para que o caso em que \bar{Q} é alto seja possível, é necessário que $Q^* \leq 1$.

Isso, em termos de β_0 quer dizer:

Lema 3.17 *A fim de que $Q^* \leq 1$ é necessário e suficiente que*

$$\beta_0 \leq \frac{1 - \pi}{\frac{G}{R} - 1}. \quad (3-26)$$

Demonstração. Decorre imediatamente de investigar condição necessária e suficiente para que

$$Q^* = \frac{\beta_0(G - R)}{R(1 - \pi) - \beta_0\pi(G - R)} \leq 1.$$

■

O lema 3.17 estabelece um *cutoff* para a diversificação de risco β_0 para que o *cutoff* de eficiência informacional seja factível.

Hipótese 3.18 *O parâmetro β_0 satisfaz a desigualdade (3-26).*

Para entender essa relação entre o *cutoff* de eficiência do mercado acionário e pulverização β_0 considere firmas com reputação elevada (próximo de 1). Quanto maior for β_0 , maior é o controle acionário que os empreendedores dessas firmas terão que abrir mão. Em países que oferecem maior proteção a acionistas minoritários, β_0 é tipicamente alto, permitindo participação acionária mais pulverizada.

Entretanto, a desigualdade (3-26) pode permanecer satisfeita se o risco sistêmico $(1 - \pi)$ for alto ou a lucratividade das firmas $(\frac{G}{R} - 1)$ for baixa. Nesse sentido, de acordo com o lema 3.17, abertura de capital está associada a países com estruturas de mercado suficientemente competitivas para reduzir a lucratividade das empresas.

3.3

Manter capital aberto

Simetricamente ao que ocorre no *tradeoff* da abertura de capital, o diferencial de juros é desfavorável enquanto a seleção adversa estimula o fechamento de capital. Isso porque firmas de capital fechado pagam uma taxa de juros maior do que pagariam com capital aberto e porque fechamento de capital envolve recompra da participação β_0 a um preço $d_\lambda E_{k+1}^0$ inferior ao valor verdadeiro.

3.3.1

A avaliação de mercado

Análise muito similar à feita no capítulo anterior nos traz

$$E_{k+1}^0 = \pi_{k+1}^0(G - r_{k+1}^0) + d_\lambda E_{k+2}(a_{k+1}^0). \quad (3-27)$$

A expressão é bastante parecida com (3-10), mas com algumas diferenças importantes. Primeiro, o fluxo de caixa livre para o acionista depende de r_{k+1}^0 , e não de r_{k+1}^1 . Segundo, a probabilidade de recebimento, tal como avaliada pelo mercado, é

$$\pi_{k+1}^0 = f_{G_{k+1}} + \pi(1 - f_{G_{k+1}}). \quad (3-28)$$

Em palavras, a probabilidade de recebimento do fluxo de caixa não envolve eficiência informacional porque, em se fechando capital, não haverá mercado acionário em τ_{k+1} . Desse modo, a probabilidade de recebimento é menor e, além disso, o fluxo de caixa livre esperado é menor.

3.3.2

O benefício líquido de manter o capital aberto

Análise muito similar à que foi feita na seção anterior nos permite concluir que

$$B_{k+1}^{11} = \bar{B}_{k+1}^{11} + d_\lambda(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{11} \quad (3-29)$$

com

$$\bar{B}_{k+1}^{11} = (1 - \beta_0)(r_{k+1}^0 - r_{k+1}^1) - \beta_0(1 - \pi_{k+1}^0)(G - r_{k+1}^0). \quad (3-30)$$

Repare que isso está escrito na forma recursiva similar à proposta em (3-21), com uma pequena diferença: no benefício instantâneo de manter o capital aberto, o benefício de juros é apenas uma proporção $(1 - \beta_0)$ do diferencial, que corresponde à participação do empreendedor na firma. O custo de seleção adversa é função da probabilidade π_{k+1}^0 e da taxa de juros r_{k+1}^0 porque fechamento de capital implica no pagamento dessas taxas de juros no período seguinte.

O *tradeoff* entre manter capital aberto ou fechar fica estabelecido de forma análoga ao *tradeoff* de abrir capital. A hipótese 3.19 estabelece o que ocorre quando $B_{k+1}^{11} = 0$. Análogo ao caso da abertura de capital, fechamento de capital envolve custos fixos não explicitados no modelo, fazendo com que a firma não feche o capital quando $B_{k+1}^{11} = 0$.

Hipótese 3.19 *Se o benefício líquido de manter capital aberto for zero, então a firma mantém o capital aberto.*

Lema 3.20 *No equilíbrio, $a_k^1 = 1$, isto é, a firma permanece com capital aberto, se e somente se o benefício líquido de manter capital aberto (3-29) não for negativo.*

A forma funcional do benefício líquido instantâneo de manter capital aberto é idêntica à do benefício líquido instantâneo de se abrir capital, exceto por

Lema 3.21 $\bar{B}_{k+1}^{11} \leq \bar{B}_{k+1}^{01}$.

Essa diferença apontada no lema 3.21 decorre de uma assimetria entre as avaliações que o mercado faz das firmas que fecham capital com relação às firmas que abrem capital. Quando a firma abre capital, o valor da dívida no período seguinte é menor do que o valor da dívida de uma firma que fecha capital, mudando os fluxos de caixa. Além disso, a probabilidade de uma firma de um *pool* não monitorado ser do tipo *B* é maior. Essas diferenças levam a uma discrepância entre os preços das ações na abertura e no fechamento do capital e, conseqüentemente, entre os níveis do benefício de abrir capital ou de manter o capital aberto. Não é a toa que, de acordo com o que discutimos no início da seção anterior, e de acordo com a demonstração do lema 3.9 a diferença entre eles é, precisamente,

$$B_{k+1}^{01} - B_{k+1}^{11} = \beta_0(E_{k+1}^1 - E_{k+1}^0).$$

A demonstração do lema 3.21 é feita no apêndice A.8. Um outro resultado importante é

Lema 3.22 *Se $a_k^1 = 0$ então $\bar{B}_{k+1}^{11} < 0$. Ou, equivalentemente, $\bar{B}_{k+1}^{11} \geq 0$ implica $a_k^1 = 1$.*

Demonstração. É análogo ao caso da abertura de capital, exceto que o sinal do termo de continuação é trocado. Quando $a_{k+1}^1 = a_{k+1}^0$ e $a_k^1 = 0$ então

a_{k+1}^1	a_{k+1}^0	$(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{11}$	
0	0	0	
0	1	$-B_{k+2}^{11} > 0$	
1	0	$B_{k+2}^{11} \geq 0$	
1	1	0	

Tabela 3.2: Sinal de $(a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)B_{k+1}^{11}$.

$0 > B_{k+1}^{11} = \bar{B}_{k+1}^{11}$ Quando há diferença, o termo \bar{B}_{k+1}^{11} precisa ser negativo para compensar o fato de a continuação ser não-negativa. ■

Analogamente à seção anterior, existe uma opção de espera. Mas neste caso, trata-se de uma opção de esperar para fechar capital. Ela entra como

positiva no benefício líquido de manter o capital aberto pois, afinal, manter o capital aberto hoje significa manter a opção de espera. O lema 3.22 explora esse fato. Se a firma fecha capital agora, é porque existe um benefício imediato de fechar agora (e este benefício imediato é maior do que a opção de esperar).

Seja $\bar{f}^1 \in (\bar{f}_G, 1)$ tal que $\bar{B}_{k+1}^{11} = 0$ quando $f_{Gk+1} = \bar{f}^1$. Por fim, estabelecemos um lema similar ao 3.16 para B^{11} :

Lema 3.23 1. Existe um nível Q^{**} de eficiência informacional de preços para o qual $\bar{Q} \geq Q^{**}$ implica $\bar{B}_{k+1}^{11} > 0$ sempre que $1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$. Esse cutoff Q^{**} é

$$\bar{Q} \geq Q^{**} = \frac{\beta_0 \left(\frac{G}{R} - 1 \right)}{(1 - \beta_0)} \quad (3-31)$$

2. Quando $\bar{Q} < Q^{**}$, duas coisas podem ocorrer:

- (a) $\bar{f}^1 \leq \bar{f}_G$ ($\bar{Q} \ll Q^{**}$). Neste caso, denotado por $\bar{Q} \ll Q^{**}$, o benefício líquido instantâneo de manter o capital aberto nunca é positivo;
- (b) $\bar{f}^1 > \bar{f}_G$ ($\bar{Q} < Q^*$). Neste caso, denotado simplesmente por $\bar{Q} < Q^{**}$, o benefício líquido instantâneo de manter o capital aberto só é positivo em $\bar{f}_G \leq f_{Gk+1} < \bar{f}^1$.

Similarmente à seção anterior, estabelecemos três níveis distintos de eficiência informacional com intuições análogas aos três níveis estabelecidos na abertura de capital: **baixo para manter capital aberto, intermediário para manter capital aberto e alto para manter capital aberto.**

Níveis altos de eficiência informacional dependem de $Q^{**} \leq 1$. O lema 3.24 estabelece condição necessária e suficiente para β_0 .

Lema 3.24 $Q^{**} \leq 1$ se, e somente se

$$\beta_0 \leq \frac{R}{G}. \quad (3-32)$$

Demonstração. Segue imediatamente de

$$Q^{**} = \frac{\beta_0(G - R)}{R(1 - \beta_0)} \leq 1.$$

■

De maneira muito similar ao capítulo anterior, não é possível garantir que em países institucionalmente desenvolvidos a desigualdade (3-32) será quebrada. Se as empresas forem muito lucrativas, R/G será baixo e é possível que a desigualdade não seja satisfeita. Uma hipótese a ser assumida no modelo é que Q^{**} é factível, ou seja, (3-32) é satisfeita.

Hipótese 3.25 O parâmetro β_0 satisfaz a desigualdade (3-32).

4

Caracterização do equilíbrio: estáticas comparativas e tempo para IPO

O equilíbrio, como vimos, irá depender dos valores de \bar{Q} . Há, no total, cinco níveis possíveis de \bar{Q} , como na figura 4.1. O nível \bar{Q}_4 corresponde àquele em que a eficiência informacional é alta, tanto para manter aberto quanto para abrir capital. O nível \bar{Q}_3 é alto apenas para abrir capital, mas intermediário para manter aberto. O nível \bar{Q}_2 é intermediário para ambos. O nível \bar{Q}_1 é baixo para manter capital aberto e intermediário para abertura de capital. O nível \bar{Q}_0 corresponde ao caso em que é baixo para ambos.

Note, pelo formato dos gráficos e pelo lema 3.21, que, conforme \bar{Q} decresce de valores maiores do que $\max\{Q^*, Q^{**}\}$, ele atinge Q^{**} antes de atingir Q^* . Isto quer dizer que $Q^* < Q^{**}$.

Lema 4.1 $Q^* < Q^{**}$.

Um resultado que será importante é o seguinte corolário dos lemas 3.12 e 3.22:

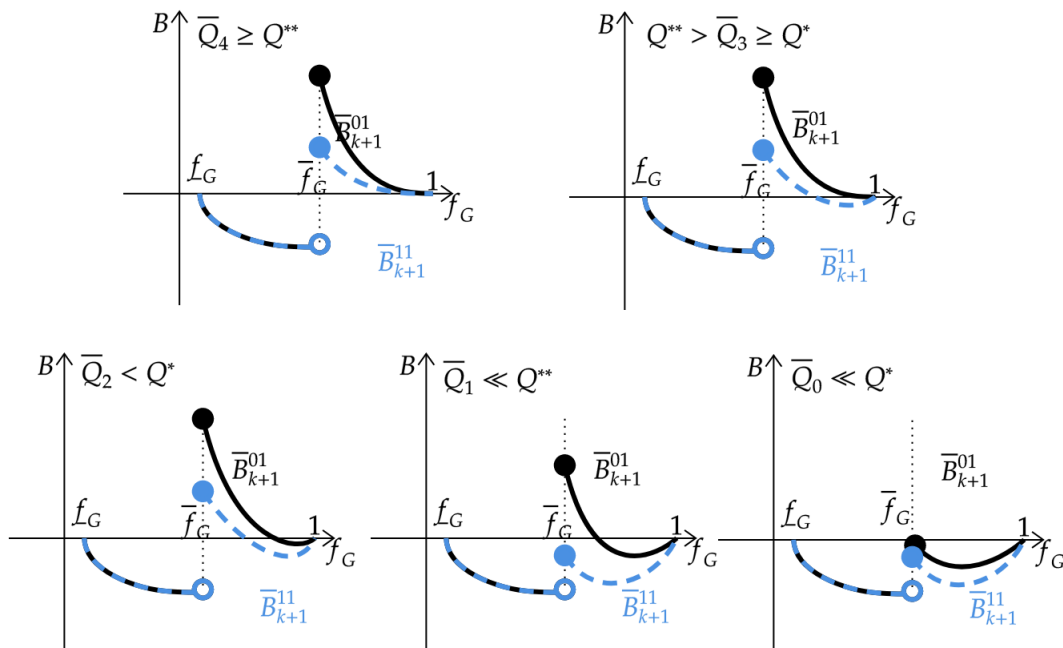


Figura 4.1: Cinco casos possíveis de \bar{Q}

Corolário 4.2 *As firmas não abrem capital enquanto $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$ e não abrem capital se $f_{Gk+1} \geq \bar{f}^0$.*

As firmas mantêm capital aberto enquanto $\bar{f}_G \leq f_{Gk+1} \leq \bar{f}^1$.

Pelo corolário 4.2, o equilíbrio no qual a firma não abre capital é aquele no qual $\bar{Q} = \bar{Q}_0 \ll Q^*$ porque, neste caso, $f_{Gk+1} \geq \bar{f}^0$.

Proposição 4.3 *O equilíbrio no qual as firmas nunca abrem capital corresponde ao caso em que \bar{Q} é baixo, tanto para manter o capital aberto quanto para abrir capital: $\bar{Q} \ll Q^*$.*

Para analisar o tempo médio para abertura de capital, basta atermo-nos ao caso em que $\bar{Q} = \bar{Q}_4 \geq Q^{**}$. Embora os demais casos sejam interessantes por envolverem possibilidade de fechamento de capital, iremos evitar isso por ora, postergando para uma análise de robustez, a fim de focar apenas na abertura de capital.

Hipótese 4.4 $\bar{Q} \geq Q^{**}$.

Conjecturamos, então, o seguinte equilíbrio:

$$a_k^i = \chi_{1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G} + i\chi_{f_{Gk+1}=1}. \quad (4-1)$$

Ou seja, $a_k^i = 1$ enquanto $1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$, mas $a_k^i = i$ se $f_{Gk+1} = 1$ e $a_k^i = 0$ caso $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$. A firma abre capital imediatamente a partir do momento em que $1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$ e nunca mais fecha.

Lema 4.5 $(a_k^0, a_k^1)_{k \in \mathbb{N}}$ com $a_k^i = \chi_{1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G} + i\chi_{f_{Gk+1}=1}$ é um equilíbrio.

Demonstração. Essa trajetória é tal que $a_k^0 = a_k^1$ para todo $k \in \mathbb{N}$. Portanto, o benefício líquido de abrir capital ou de manter aberto depende apenas do valor instantâneo:

$$B_{k+1}^{i1} = \bar{B}_{k+1}^{i1},$$

$i \in \{0, 1\}$. Assim, $a_k^0 = a_k^1 = 0$ enquanto $\bar{B}_{k+1}^{01} < 0$ e $\bar{B}_{k+1}^{11} < 0$ e $a_k^0 = a_k^1 = 1$ enquanto $\bar{B}_{k+1}^{01} > 0$ e $\bar{B}_{k+1}^{11} > 0$ é consistente com a trajetória proposta para o equilíbrio. ■

Lema 4.6 *Se $(a_k^0, a_k^1)_{k \in \mathbb{N}}$ é um equilíbrio, então $a_k^i = \chi_{1 > f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G} + i\chi_{f_{Gk+1}=1}$.*

Demonstração. Começemos com um período τ_k qualquer com $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$. Sabemos, pelo corolário 4.2, que $a_k^1 = 1$ neste intervalo, de modo que

$$B_{k+1}^{01} = \bar{B}_{k+1}^{01} + d_\lambda(1 - a_{k+1}^0)B_{k+2}^{01}.$$

Se for $a_{k+1}^0 = 1$, então acabou,

$$B_{k+1}^{01} = \bar{B}_{k+1}^{01} > 0.$$

Caso contrário,

$$B_{k+1}^{01} = \bar{B}_{k+1}^{01} + d_\lambda B_{k+2}^{01}$$

e

$$B_{k+2}^{01} \leq 0$$

pois $a_{k+1}^0 = 0$ neste caso. Mas note que isso deve implicar $a_{k+2}^0 = 0$ também pois, se fosse $a_{k+2}^0 = 1$ teríamos a contradição

$$0 \geq B_{k+2}^{01} = \bar{B}_{k+2}^{01} > 0.$$

Mas argumento por indução implica, de qualquer forma, numa contradição com a hipótese de $a_{k+1}^0 = 0$:

$$B_{k+2}^{01} = \sum_{j=0}^{\infty} d_\lambda^j \bar{B}_{k+j+2}^{01} > 0$$

já que se trata de uma soma cujos termos são $d_\lambda^j \bar{B}_{k+j}^{01} > 0$. Logo, $a_{k+1}^0 = 1$, o que implica, como vimos, $a_k^0 = 1$.

Suponha agora $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$. Mais precisamente, iniciemos com \bar{k} tal que $f_{G\bar{k}+1} < \bar{f}_G \leq f_{G\bar{k}+2}$, de modo que $a_{\bar{k}+1}^1 = a_{\bar{k}+1}^0 = 1$ pelo que acabamos de provar. Neste caso, os benefícios de se abrir ou de manter aberto o capital são

$$B_{\bar{k}+1}^{i1} = \bar{B}_{\bar{k}+1}^{i1} < 0,$$

de modo que $a_{\bar{k}}^1 = a_{\bar{k}}^0 = 0$. Um argumento de indução retroativa mostra que $a_{\bar{k}}^1 = a_{\bar{k}}^0 = 0$ sempre que $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$. ■

O lema 4.6 estabelece a trajetória de decisões de abertura ou de fechamento de capital do nosso modelo e também o período em que abertura de capital ocorre: $\tau_{\bar{k}}$. O número de oportunidades de investimentos necessários para que a firma abra capital é $\bar{k} + 1$ e satisfaz a desigualdade:

$$f_{G\bar{k}+1} < \bar{f}_G \leq f_{G\bar{k}+2}.$$

O período no qual a empresa abre capital é $\tau_{\bar{k}}$ mas o número de oportunidades de investimentos associado a isso é $\bar{k} + 1$ porque as oportunidades começam a contar do zero: τ_0 é a primeira, τ_1 a segunda,...

Lema 4.7 *O número de oportunidades de investimentos necessários para abrir capital é $\bar{k} + 1$ tal que*

$$\frac{\pi \bar{f}_G}{1 - (1 - \pi) \bar{f}_G} \leq f_{G\bar{k}+1} < \bar{f}_G. \quad (4-2)$$

Note que isso depende apenas do quão rápido f_{Gk} converge para \bar{f}_G (π) e do limiar \bar{f}_G . Quanto maior \bar{f}_G , maior é o limite inferior em (4-2) e, portanto, maior é $\bar{k} + 1$.

Lema 4.8 *O número de oportunidades de investimentos necessárias para abrir capital cresce com \bar{f}_G e π .*

Um \bar{f}_G maior significa que o nível de reputação mínimo exigido para que uma empresa tenha atenção do mercado acionário suficiente para abrir capital é maior. Isso, naturalmente, exige uma exposição mais prolongada ao mercado de crédito. No modelo, isso significa que \bar{k} necessário para o IPO aumenta. Um aumento do π , por outro lado, representa uma redução na taxa com a qual projetos ruins são eliminados. Conforme π aumenta, a probabilidade de uma firma do tipo B não receber empréstimo no período seguinte ($1 - \pi$) diminui, tornando o processo de chegada até o *cutoff* mais demorado, o que significa maior \bar{k} . Com isso, estabelecemos a seguinte proposição:

Proposição 4.9 *Quando a eficiência informacional de preços é alta, tanto para abertura ($\bar{Q} \geq Q^*$) quanto para manter capital aberto ($\bar{Q} \geq Q^{**}$), as firmas abrem capital tão logo o nível reputacional delas ultrapasse o cutoff exógeno \bar{f}_G . O número de oportunidades $\bar{k} + 1$ necessário para IPO depende desse cutoff e da qualidade relativa dos projetos ruins π . Quanto melhores forem os projetos ruins (π maior), menor será o número de oportunidades de investimentos necessárias para o IPO. Quanto maior for o cutoff \bar{f}_G , maior será o número de oportunidades de investimentos necessário para atingi-lo.*

No capítulo 5, vemos que o *cutoff* exógeno funciona também, mesmo se $\bar{Q} < Q^*$, como o valor de corte para o IPO. Isso significa que: 1) de todos os casos mostrados no início da seção, o único em que não há IPO tão logo $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$ é aquele em que as firmas nunca abrem capital ($\bar{Q} \ll Q^*$) e 2) o *cutoff* para abertura de capital não depende da opção de esperar mais um período, desde que, no instante atual, seja ótimo abrir. Em outras palavras, as firmas abrirão capital tão logo o benefício instantâneo para fazê-lo \bar{B}^{01} for positivo.

Por fim, concluímos com o principal resultado

Proposição 4.10 *O tempo médio até a abertura de capital*

$$\bar{\tau} = \mathbb{E}[\tau_{\bar{k}}] = \frac{\bar{k} + 1}{\lambda} - 1 \quad (4-3)$$

decrece com o grau de inovação tecnológica λ e depende, através de \bar{k} , do cutoff de reputação que ativa o monitoramento do mercado acionário e da probabilidade de sucesso das firmas π , conforme a definição implícita do número mínimo de oportunidades de investimentos para o IPO no lema 4.7. Quanto maior o a probabilidade de sucesso de firmas ruins (π) e quanto maior o cutoff \bar{f}_G , maior o tempo médio para o IPO.

Neste ponto, esse resultado é simples de ser demonstrado. O lema 4.8 estabeleceu a relação entre $\bar{k} + 1$ e os parâmetros do mercado \bar{f}_G e π . A relação entre o tempo médio para IPO e a inovação está clara quando se observa a sua fórmula (4-3). Para qualquer que seja o nível de inovação λ o número de oportunidades $\bar{k} + 1$ necessárias para que (4-2) seja satisfeita é o mesmo. Afinal, nem \bar{f}_G nem a regra de atualização de f_{Gk+1} dependem de λ . Por outro lado, o intervalo esperado entre dois choques τ_k e τ_{k+1} é $\frac{1}{\lambda}$, por propriedade da distribuição geométrica. Isso quer dizer que o tempo esperado para abrir o capital deve ser decrescente. Isso traz uma implicação importante: em países onde o grau de inovação tecnológica é alto (λ alto), as empresas demoram menos para abrir capital.

No caso de ciclos de IPOs, λ varia no tempo. Por exemplo, se o processo estocástico que rege as oportunidades de investimento seguisse uma regra do tipo

$$\mathbb{P}[\Delta\tau_{k-1} = \Delta t | \tau_{k-1}] = \lambda_{k-1}(1 - \lambda_{k-1})^{\Delta t - 1},$$

o intervalo de tempo esperado entre uma oportunidade de investimento e outra seria

$$\mathbb{E}[\Delta\tau_{k-1} | \tau_{k-1}] = \frac{1}{\lambda_{k-1}}.$$

Note que nenhuma mudança surgiria na análise do número de oportunidades de investimentos necessárias para o IPO, mas o tempo para abertura de capital seria

$$\bar{\tau}' = \mathbb{E}[\tau_{\bar{k}}] = \sum_{j=0}^{\bar{k}} \frac{1}{\lambda_{j-1}} - 1.$$

Mais interessante é analisar isto a partir de um ponto específico no tempo. Suponha que restem mais $\kappa + 1$ oportunidades de investimentos surgirem para que a firma abra capital e, até então, as oportunidades de investimentos surgiam a uma taxa λ_0 e, até então, o tempo esperado para o IPO era

$$\bar{\tau}_{\kappa,0} = \frac{\kappa + 1}{\lambda_0} - 1$$

Se nesse ponto específico no tempo as condições de otimismo no mercado e de inovação tecnológica melhoram, a taxa de oportunidades de investimentos

esperada aumenta para λ_1 e o tempo esperado para o IPO passa a ser

$$\bar{\tau}_{\kappa,1} = \frac{\kappa + 1}{\lambda_1} - 1 < \frac{\kappa + 1}{\lambda_0} - 1.$$

Isso quer dizer que, em momentos em que há otimismo e inovação tecnológica na economia, o tempo esperado para que as firmas abram capital diminui. Note que essa análise pode ser feita também na comparação entre países diferentes. Basta interpretar λ_0 e λ_1 como sendo inovação tecnológica de dois países diferentes.

5

Caracterização do equilíbrio: abertura e fechamento de capital

No capítulo 4 abordamos dois casos particulares de \bar{Q} : aquele em que ele é baixo, tanto para abertura de capital quanto para manutenção de capital aberto, e o caso em que \bar{Q} é alto para ambos. Quando a eficiência informacional é alta, as firmas abrem capital e nunca fecham. Já quando a eficiência é baixa, elas nunca abrem capital. Porém, existem valores intermediários de \bar{Q} para os quais as firmas possam abrir capital para algum nível de reputação. Neste capítulo iremos caracterizar o equilíbrio nos casos em que \bar{Q} é intermediário e veremos que todas as análises acerca do tempo para IPO e o número de oportunidades de investimento são robustas no seguinte sentido: o *cutoff* \bar{f}_G é de fato um *cutoff* de reputação a partir do qual se dará o IPO, mesmo quando estudamos o caso geral em que há possibilidade de fechar o capital.

O caso que parece generalizar melhor é aquele no qual \bar{Q} é intermediário tanto para abertura quanto para manter capital aberto. Por isso, iremos começar investigando-o.

5.1

O caso em que \bar{Q} é intermediário tanto para abertura quanto para manter capital aberto

Primeiramente, o lema 3.12 permite concluir que $a_k^0 = 0$ se $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$ e se $\bar{f}^0 \leq f_{Gk+1} \leq 1$. Não sabemos o que ocorre no intervalo $\bar{f}_G \leq f_{Gk+1} < \bar{f}^0$, mas sabemos que firmas com reputação muito alta, se com capital fechado, não abrem para nível intermediário de \bar{Q} .

Analogamente, o lema 3.22 permite concluir que a firma mantém capital aberto no intervalo $\bar{f}_G \leq f_{Gk+1} \leq \bar{f}^1$. Além disso, o lema 3.21 e a forma funcional de \bar{B}^{i1} , $i \in \{0, 1\}$ permitem concluir que $\bar{f}^1 < \bar{f}^0$.

Lema 5.1 $\bar{f}^1 < \bar{f}^0$.

Desse modo, vamos dividir o intervalo de valores possíveis $[0, 1]$ em subintervalos $[0, \bar{f}_G)$, $[\bar{f}_G, \bar{f}^1]$, (\bar{f}^1, \bar{f}^0) e $[\bar{f}^0, 1)$. Por simplicidade, vamos supor que $f_G < 1$, a fim de evitar falarmos de casos particulares como $f_{Gk} = 1 \forall k$. O procedimento para caracterização será uma espécie de indução retroativa.

Consideraremos primeiro valores de $f_{G_{k+1}}$ próximos de 1 e depois retrocedemos a valores de $f_{G_{k+1}}$ menores, atentando-nos ao que acontece quando mudamos de um dos subintervalos para outro.

Já sabemos o que acontece com a_k^0 próximo de $f_{G_{k+1}} = 1$. Para a_k^1 , note que, na porção em que $f_{G_{k+1}}$ é perto de 1, $\bar{B}_{k+1}^{11} < 0$ é crescente. Aqui, é possível garantir que $\bar{B}_k^{11} < \bar{B}_{k+1}^{11} < d_\lambda \bar{B}_{k+1}^{11}$. Isto quer dizer que, na porção onde \bar{B}_{k+1}^{11} é crescente, a firma sempre fecha capital.

Lema 5.2 *A firma sempre fecha capital em τ_k enquanto a função \bar{B}_{k+1}^{11} for crescente.*

Demonstração. Fixe certo $f_{G_{k+1}}$ para o qual \bar{B}_{k+1}^{11} esteja na porção crescente. Seja j o mínimo para o qual $a_{k+j}^1 = a_{k+j}^0$ e $B_{k+j+1}^{11} < 0$ é crescente. Se $j = 1$, acabou, pois isso implica:

$$B_{k+1}^{11} = \bar{B}_{k+1}^{11} < 0.$$

Se $j > 1$, então, considere

$$B_{k+j}^{11} = \bar{B}_{k+j}^{11} < 0$$

uma vez que $a_{k+j}^1 = a_{k+j}^0$ por hipótese. Mas isso implica então $a_{k+j-1}^1 = 0$ e, portanto,

$$B_{k+j-1}^{11} = \bar{B}_{k+j-1}^{11} - d_\lambda \bar{B}_{k+j}^{11} < 0.$$

A desigualdade acima é verdadeira porque \bar{B}^{11} é crescente e negativa. Logo $a_{k+j-2}^1 = 0$. Mas isso implica

$$B_{k+j-2}^{11} = \bar{B}_{k+j-2}^{11} - d_\lambda \bar{B}_{k+j-1}^{11} + d_\lambda^2 \bar{B}_{k+j}^{11} < 0.$$

Novamente, essa desigualdade vale porque ambos os termos na expressão são negativos. Procedendo dessa forma retroativamente, chegamos a $a_k^1 = 0$. ■

Como consequência do lema 5.2, podemos também descobrir o que acontece com a_k^1 no intervalo $[\bar{f}^0, 1)$ como um todo. De fato, seja $f_{G_{k+1}} \geq \bar{f}^0$ imediatamente antes da porção em que \bar{B}_{k+1}^{11} é crescente, isto é, no qual \bar{B}_{k+2}^{11} é crescente, mas \bar{B}_{k+1}^{11} não é. Neste caso, $a_{k+1}^1 = a_{k+1}^0 = 0$ e

$$B_{k+1}^{11} = \bar{B}_{k+1}^{11} < 0.$$

A partir daí, conclui-se que $a_k^1 = 0 = a_k^0$. Um argumento de indução retroativa e o fato de que $a_k^0 = 0$ quando $f_{G_{k+1}} \geq \bar{f}^0$, conclui-se que $a_k^1 = 0$ enquanto $f_{G_{k+1}} \in [\bar{f}^0, 1)$. Com isso,

Lema 5.3 *A firma fecha capital quando $f_{Gk+1} \in [\bar{f}^0, 1)$.*

Agora analisamos o caso em que $f_{Gk+1} \in (\bar{f}^1, \bar{f}^0)$. Considere f_{Gk+1} tal que $f_{Gk+2} \geq \bar{f}^0$. Então $a_{k+1}^0 = a_{k+1}^1 = 0$ e, portanto,

$$B_{k+1}^{01} = \bar{B}_{k+1}^{01} > 0$$

e

$$B_{k+1}^{11} = \bar{B}_{k+1}^{11} < 0.$$

Isto quer dizer que $a_k^0 = 1$ e $a_k^1 = 0$. Esse argumento nos permite concluir que $a_k^0 = 1$ sempre que $f_{Gk+1} \in (\bar{f}^1, \bar{f}^0)$.

Lema 5.4 *$a_k^0 = 1$ no intervalo (\bar{f}^1, \bar{f}^0) .*

Demonstração. Seja J tal que $f_{GJ+1} < \bar{f}^0$ mas $f_{GJ+2} \geq \bar{f}^0$. Sabemos então que $a_J^0 = 1$, $a_J^1 = 0$. Neste caso,

$$B_{J-1}^{01} = \bar{B}_{J-1}^{01} - d_\lambda \bar{B}_J^{01} > 0.$$

Em que a desigualdade acima é válida porque estamos na porção do gráfico de \bar{B}^{01} que é decrescente e positivo. Um argumento muito análogo ao que foi feito na demonstração do lema 5.2 mostra o que se quer. ■

Quanto às decisões de manter capital aberto no intervalo (\bar{f}^1, \bar{f}^0) , precisamos separar duas regiões: a parcela onde o gráfico de \bar{B}_{k+1}^{11} é crescente e aquela onde é decrescente. Na parcela crescente, já sabemos o que ocorre. Considere um f_{GJ+1} próximo à parcela crescente, mas ainda na parcela decrescente. Já provamos que, para ele, $a_J^1 = 0$. Então

$$B_{J-1}^{11} = \bar{B}_{J-1}^{11} - d_\lambda \bar{B}_J^{11}.$$

Note, agora, que o sinal é ambíguo. Como a função \bar{B}_{J-1}^{11} é decrescente e negativa, não é possível saber de antemão o que acontece neste caso. A caracterização do equilíbrio nessa região fica contingente ao sinal de expressões como essa acima.

O obstáculo acima, contudo, não impede de continuarmos analisando o caso em que $f_{Gk+1} \in [\bar{f}_G, \bar{f}^1]$. De fato, em $f_{Gk+1} = \bar{f}^1$ tem-se $a_k^1 = a_k^0 = 1$. então, imediatamente antes,

$$B_k^{01} = \bar{B}^{01} > 0.$$

Portanto, $a_{k-1}^0 = 1$. Ademais, do fato de que $a_k^1 = 1$ nesse intervalo, chega-se, por um argumento de indução retroativa, que

Lema 5.5 $a_k^0 = 1$ no intervalo $[\bar{f}_G, \bar{f}^1]$.

Finalmente, é possível caracterizar o que acontece quando $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$ em termos de manter capital fechado. Olhando para f_{Gk+1} imediatamente anterior a \bar{f}_G , vê-se que $a_{k+1}^1 = a_{k+1}^0 = 1$, de modo que

$$B_{k+1}^{11} = \bar{B}_{k+1}^{11} < 0.$$

Logo, $a_k^1 = 0$. Argumento de indução retroativa, juntamente com o fato de que $a_k^0 = 0$ neste intervalo permite concluir que

Lema 5.6 $a_k^1 = 0$ no intervalo $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$.

Em resumo, este caso geral nos permite concluir que

Proposição 5.7 *As firmas abrem capital ou mantêm capital aberto apenas quando $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$. Firmas com reputação no intervalo $[\bar{f}^0, 1]$ não abrem capital e fechariam capital caso estivessem com capital aberto. Firmas com reputação no intervalo $[\bar{f}_G, \bar{f}^1]$ abrem capital e mantêm ele aberto. Firmas no intervalo $[\bar{f}^1, \bar{f}^0)$ abrem capital, mas o que ocorre quanto a manter aberto depende do comportamento de somas alternadas do tipo*

$$\sum_{j=0}^J d_{\lambda}^j (-1)^j \bar{B}_{k+j}^{11},$$

o que não é óbvio na porção de f_{Gk+1} no qual \bar{B}_{k+1}^{11} é decrescente e negativa.

Essa análise generalizada nos permite concluir que \bar{f}_G é realmente o *cutoff* de abertura de capital, independente de \bar{Q} . Isto é, tão logo \bar{f}_G seja superado, as firmas não têm incentivo para esperar para abrir capital. Isso quer dizer que os resultados obtidos acerca do número de oportunidades de investimento para abrir capital e conseqüentemente o tempo para abrir capital no capítulo anterior são robustas às hipóteses de \bar{Q} , desde que este seja forte o bastante para sustentar $\bar{B}^{01} > 0$ nas proximidades de $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$.

Esta análise de robustez se generaliza facilmente para os demais casos abordados no capítulo anterior pois aqueles casos são particulares deste. De fato, considere, por exemplo, o caso em que \bar{Q} é alto para abertura de capital mas intermediário para manter aberto. Neste caso, os intervalos (\bar{f}^1, \bar{f}^0) e $[\bar{f}^0, 1)$ tornam-se $(\bar{f}^1, 1)$ e \emptyset . Pelo lema 5.2, a firma fecha capital na porção crescente de \bar{B}^{11} , pelos lemas 5.4 e 5.5 a firma sempre abre capital no intervalo $[\bar{f}_G, 1)$ (pois o intervalo $[\bar{f}_G, \bar{f}^0)$ agora convergiu para $[\bar{f}_G, 1)$). Pelo lema 5.6 a firma fecharia capital quando $f_{Gk+1} < \bar{f}_G$ e, pelo lema 3.12, sequer abriria.

6 Conclusão

Eu desenvolvo um modelo no qual oportunidades de investimentos determinam o tempo para abertura de capital na bolsa de valores. Em países com mais inovação, maior intensidade de oportunidades de investimentos leva as empresas a abrirem capital mais cedo. Três conclusões relevantes decorrem disso: primeiro, existe um *cutoff* de seleção adversa a partir do qual é ótimo abrir capital, segundo, esse limiar é um gatilho a partir do qual é ótimo abrir capital. As firmas não esperam ir além dele nem antecipam a abertura de capital. O terceiro fato é o comportamento cíclico de IPOs. Uma vez que inovação tecnológica varia no tempo, picos de IPO se dão de maneira cíclica.

Além disso, esta dissertação provê um *framework* pelo qual podemos estudar decisões tanto de abertura quanto de fechamento de capital, relacionando isso com a eficiência informacional do mercado acionário. Primeiro, descrevemos o que significam eficiência informacional suficientemente alta para abertura de capital em função de características de mercado. Em seguida, verificamos como uma eficiência alta, média ou baixa de informação afeta as decisões das firmas. Quando a eficiência é baixa, elas nunca abrem capital, quando é alta, elas abrem mas nunca fecham, e quando é média elas abrem, mas empresas com muita reputação podem fechar.

Referências bibliográficas

- Paul Asquith, Michael B. Mikhail, e Andrea S. Au. Information content of equity analyst reports. *Journal of Financial Economics*, 75(2):245 – 282, 2005. ISSN 0304-405X. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2004.01.002>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X04001369>.
- Ravi Bhushan. Firm characteristics and analyst following. *Journal of Accounting and Economics*, 11(2):255 – 274, 1989. ISSN 0165-4101. doi: [https://doi.org/10.1016/0165-4101\(89\)90008-6](https://doi.org/10.1016/0165-4101(89)90008-6). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0165410189900086>. SPECIAL ISSUE.
- David Chambers. IPOs on the london stock exchange since 1900. https://www.parisschoolofeconomics.eu/IMG/pdf/29April_Chambers_IPO-overview_PSE.pdf, 2011. Acessado em: 2019-02-15.
- Thomas J. Chemmanur e Paolo Fulghieri. A theory of the going-public decision. *The Review of Financial Studies*, 12(2):249–279, 1999.
- Douglas W. Diamond. Reputation acquisition in debt markets. *Journal of Political Economy*, 97(4):828–862, 1989.
- Douglas W. Diamond. Monitoring and reputation: The choice between bank loans and directly placed debt. *Journal of Political Economy*, 99(4):689–721, 1991.
- Alex Edmans e Gustavo Manso. Governance Through Trading and Intervention: A Theory of Multiple Blockholders. *The Review of Financial Studies*, 24(7):2395–2428, 12 2011. ISSN 0893-9454. doi: 10.1093/rfs/hhq145. URL <https://dx.doi.org/10.1093/rfs/hhq145>.
- Drew Fudenberg e Jean Tirole. *Game Theory*. MIT Press, 1991.
- Douglas Gale e Martin Hellwig. Incentive-compatible debt contracts: The one-period problem. *Review of Economic Studies*, 52(4):647–663, 1985. URL <https://EconPapers.repec.org/RePEc:oup:restud:v:52:y:1985:i:4:p:647-663>.
- Rafael La Porta, Florencio Lopez-De-Silanes, e Andrei Shleifer. Corporate ownership around the world. *The Journal of Finance*, 54(2):471–517, 1999.

- Darius P Miller. The market reaction to international cross-listings: evidence from depositary receipts. *Journal of Financial Economics*, 51(1):103 – 123, 1999. ISSN 0304-405X. doi: [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(98\)00045-2](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(98)00045-2). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X98000452>.
- William Jr. Reese e Michael S. Weisbach. Protection of minority shareholder interests, cross-listings in the United States, and subsequent equity offerings. *Journal of Financial Economics*, 66(1):65–104, October 2002. URL <https://ideas.repec.org/a/eee/jfinec/v66y2002i1p65-104.html>.
- Jay R. Ritter. IPO data. <https://site.warrington.ufl.edu/ritter/ipo-data/>, 2017. Acessado em: 2019-02-15.
- Kristian Rydqvist e Kenneth Högholm. Going public in the 1980s: Evidence from sweden. *European Financial Management*, 1(3):287–315, 1995.
- Andrei Shleifer e Daniel Wolfenzon. Investor protection and equity markets. *Journal of Financial Economics*, 66(1):3–27, 2002.

A

Demonstrações

A.1

Demonstração do lema 2.9

Demonstração. Há três tipos de equilíbrio possíveis: 1) equilíbrio *pooling*; 2) equilíbrio separador; e 3) equilíbrio semi-separador.

Um equilíbrio separador não pode ocorrer

De fato, suponha que firmas do tipo G e B proponham taxas de juros $r_{kG}^i \neq r_{kB}^i$. Como o equilíbrio é separador, as crenças atribuem $f_{Gkj} = 1$ se $r_{kj}^i = r_{kG}^i$ e $f_{Gkj} = 0$ se $r_{kj}^i = r_{kB}^i$. Neste caso firmas do tipo B não recebem empréstimo e seu *payoff* é zero. Por outro lado, as firmas do tipo G são as únicas que recebem e, como $f_{Gkj} = 1$, a probabilidade de repagamento, dada a crença do investidor, é 1. As firmas do tipo G pagam taxa livre de risco R . Há, contudo, incentivo para que as firmas do tipo B desviem para pedir taxas de juros iguais às do tipo G , contrariando o equilíbrio.

Do mesmo modo, um equilíbrio separador nas escolhas de abertura e fechamento de capital não se sustenta. Sejam $(a_{kG})_{k \in \mathbb{N}} \neq (a_{kB})_{k \in \mathbb{N}}$ as trajetórias de equilíbrio das firmas boas e ruins num equilíbrio separador. Haverá um período τ_k no qual firmas do tipo G estarão com capital fechado e firmas do tipo B com capital aberto (ou vice-versa). Neste caso, os bancos distinguirão perfeitamente as firmas boas das ruins e poderão eliminar as firmas ruins do mercado. Isso cria um incentivo para que as firmas ruins se misturem.

Argumento similar se aplica à possibilidade de equilíbrios semi-separadores: neste caso firmas do tipo B que se desviem da trajetória do *pool* com as firmas do tipo G têm incentivo a desviar para a trajetória das firmas do tipo G . ■

A.2

Demonstração do lema 3.1

Demonstração.

$$f_{Gk} = \frac{f_{Gk-1}}{f_{Gk-1} + \pi(1 - f_{Gk-1})}$$

decorre imediatamente da regra de Bayes. A segunda igualdade é indução. Se $f_{G0} = f_G$ então

$$f_{G1} = \frac{f_G}{f_G + \pi(1 - f_G)}.$$

Daí,

$$f_{G2} = \frac{f_{G1}}{f_{G1} + \pi(1 - f_{G1})} = \frac{\frac{f_G}{f_G + \pi(1 - f_G)}}{\frac{f_G}{f_G + \pi(1 - f_G)} + \pi \frac{f_G + \pi(1 - f_G) - f_G}{f_G + \pi(1 - f_G)}}.$$

Fazendo a álgebra

$$f_{G2} = \frac{f_G}{f_G + \pi^2(1 - f_G)}.$$

O resto é argumento de indução. ■

A.3

Demonstração do lema 3.4

Demonstração. Antes, em vista do lema 3.2, a medida das firmas boas no *pool* que os bancos cogitam emprestar é f_{Gk} , sendo as demais $1 - f_{Gk}$ ruins. Se o *pool* é de firmas de capital fechado, então o retorno esperado pelo banco é $[f_{Gk} + \pi(1 - f_{Gk})]r_k^0 = [\pi + (1 - \pi)f_{Gk}]r_k^0$. Da restrição de participação do banco, segue-se que

$$[\pi + (1 - \pi)f_{Gk}]r_k^0 \geq R.$$

Se, ao contrário, o *pool* de firmas é de capital aberto, o mecanismo de preços irá identificar uma fração Q das firmas ruins no *pool* relevante. Isso quer dizer que uma fração $Q(1 - f_{Gk})$ não receberá empréstimo e o banco investirá em livre de risco. Os restantes $f_{Gk} + (1 - Q)(1 - f_{Gk})$ receberão empréstimo e $f_{Gk} + (1 - Q)\pi(1 - f_{Gk})$ pagarão. O retorno esperado é

$$[f_{Gk} + (1 - Q)\pi(1 - f_{Gk})]r_k^1 + RQ(1 - f_{Gk}) \geq R.$$

Seja $\rho^i: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ a probabilidade do investidor emprestar. A prova tanto para $i = 0$ quanto para $i = 1$ é muito similar. Fixarei meu argumento em $i = 1$. Uma escolha de equilíbrio de ρ^1 é

$$\rho^1(r) = \begin{cases} 1, & \text{se } r \in \left[\frac{R(1 - Q(1 - f_{Gk}))}{f_{Gk} + \pi(1 - Q)(1 - f_{Gk})}, G \right], \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

De fato, eu argumento que a escolha de r_k^1 satisfazendo (3-7) por todas as firmas compõe um equilíbrio.

O candidato é

$$r_k^1 = \frac{R(1 - Q(1 - f_{Gk}))}{f_{Gk} + \pi(1 - Q)(1 - f_{Gk})} \in [R, \infty).$$

Se $r_k^1 > G$, o empréstimo bancário não ocorre pois as firmas boas não serão capazes de repagar. O retorno esperado dos investidores será certamente negativo. Seja $r_k^1 < G$. Então, desviando ε acima de r_k^1 , firmas boas recebem um retorno

$$G - r_k^1 - \varepsilon < G - r_k^1.$$

Reduzir r_k^1 fará $\rho^1(r_k) = 0$ e retorno zero:

$$0 < G - r_k^1,$$

uma vez que suponho $G > r_k^1$. Argumento similar vale para firmas ruins. ■

A.4

Avaliação de mercado das firmas no candidato a equilíbrio *pooling*

O preço das ações de uma empresa ilibada (sem calotes e que seguiu a trajetória candidata a equilíbrio $(a_k)_k$ de capital aberto, imediatamente antes desta entregar o retorno X_{kj} do projeto, é

$$E_k^1 = (f_{Gk} + (1 - Q)\pi(1 - f_{Gk}))(G - r_k^1) + d_\lambda E_{k+1}(a_k^1). \quad (\text{A-1})$$

Já para uma empresa de capital fechado isto é

$$E_k^0 = (f_{Gk} + \pi(1 - f_{Gk}))(G - r_k^0) + d_\lambda E_{k+1}(a_k^0). \quad (\text{A-2})$$

O valor E_{k+1} depende da decisão a_k feita imediatamente após o recebimento do fluxo de caixa X_{kj} :

$$E_{k+1}(a_k^1) = E_{k+1}(a_k^1) = a_k^1 E_{k+1}^1 + (1 - a_k^1) E_{k+1}^0 \quad (\text{A-3})$$

$$E_{k+1}(a_k^0) = E_{k+1}(a_k^0) = a_k^0 E_{k+1}^1 + (1 - a_k^0) E_{k+1}^0. \quad (\text{A-4})$$

Denotando

$$\pi_k^Q = \pi(1 - Q) + [1 - \pi(1 - Q)]f_{Gk} \quad (\text{A-5})$$

$$h_k^\pi = \pi + (1 - \pi)f_{Gk} \quad (\text{A-6})$$

tem-se que

$$E_k^1 = \pi_k^Q(G - r_k^1) + d_\lambda E_{k+1}(a_{k-1} = 1, a_k^1) \quad (\text{A-7})$$

$$E_k^0 = \pi_k^0(G - r_k^0) + d_\lambda E_{k+1}(a_{k-1} = 0, a_k^0). \quad (\text{A-8})$$

A.5

Demonstração do lema 3.8

Demonstração. O Princípio do Desvio Único vale se e somente se a sequência $(\Pi_k^{a_{k-1}})_{k \in \mathbb{N}}$ for uniformemente limitada, isto é, a sequência de funções $|\Pi_k(a)|$ é cotada superiormente por um valor que não depende de $a \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$. Esse é um resultado básico de todo livro texto de teoria dos jogos. Ver por exemplo Fudenberg e Tirole (1991), cujo enunciado está adaptado:

Lema A.1 *Seja a^k a sequência de ações dos jogadores até o período τ_k e denote por $\Pi_k(a^k)$ o payoff por período. O Princípio do Desvio único vale se e somente se existir $B \in \mathbb{R}^+$ tal que*

$$\sup_{k, a^k} |\Pi_k(a^k)| < B.$$

Para mostrar que a sequência de *payoffs* é uniformemente limitada, basta ver que

$$(1 - \beta_0 a_{k-1})(G - r_k^{a_{k-1}}) \leq G - R$$

$$a_{k-1} \beta_0 d_\lambda E_{k+1}^1 \leq \frac{G - R}{R - 1}$$

$$(1 - a_{k-1}) \beta_0 d_\lambda E_{k+1}^0 \leq \frac{G - R}{R - 1}.$$

Esses fatos são bastante óbvios em vista do fato de que: 1. O *payoff* máximo que pode surgir de $G - r_k^{a_{k-1}}$ é $G - R$ em vista de $r_k^{a_{k-1}} \geq R$; e 2. o valor máximo do *equity* é uma perpetuidade que paga com certeza $G - R$ (na ausência de seleção adversa, há somente firmas do tipo bom, que entregam o máximo possível em valor esperado). Daí

$$|\Pi_k^{a_{k-1}}| \leq G - R + 2 \frac{G - R}{R - 1}.$$

Isso mostra que os *payoffs* formam sequência uniformemente limitada (obtivemos uma cota superior para a sequência que não depende de k nem de $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$).

■

A.6

Demonstração do lema 3.9

Demonstração. Análogo à análise feita no exemplo ilustrativo, o *payoff* da decisão de abrir capital em τ_k continua sendo

$$V_{k+1}^{01} = (1 - \beta_0)(G - r_{k+1}^1) + \beta_0 E_{k+1}^1 + d_\lambda \left[G - r_{k+2}^0 - \beta_0 E_{k+2}^0 + a_{k+1}^1 B_{k+2}^{11} \right]$$

enquanto o *payoff* da decisão de manter o capital fechado é

$$V_{k+1}^{00} = G - r_{k+1}^0 + d_\lambda \left[G - r_{k+2}^0 + a_{k+1}^0 B_{k+2}^{01} \right].$$

O benefício líquido de se abrir capital é

$$B_{k+1}^{01} = (1 - \beta_0)(G - r_{k+1}^1) - (G - r_{k+1}^0) + \beta_0 E_{k+1}^1 + d_\lambda \left[a_{k+1}^1 B_{k+2}^{11} - a_{k+1}^0 B_{k+2}^{01} - \beta_0 E_{k+2}^0 \right].$$

Por outro lado, podemos computar o benefício líquido de se manter o capital aberto. O *payoff* de se manter o capital aberto é

$$V_{k+1}^{11} = (1 - \beta_0)(G - r_{k+1}^1) + d_\lambda \left[G - r_{k+2}^0 - \beta_0 E_{k+2}^0 + a_{k+1}^1 B_{k+2}^{11} \right].$$

O *payoff* de fechar o capital é

$$V_{k+1}^{10} = G - r_{k+1}^0 - \beta_0 E_{k+1}^0 + d_\lambda \left[G - r_{k+2}^0 + a_{k+1}^0 B_{k+2}^{01} \right].$$

Tomando diferenças,

$$B_{k+1}^{11} = (1 - \beta_0)(G - r_{k+1}^1) - (G - r_{k+1}^0) + \beta_0 E_{k+1}^0 - d_\lambda \left[a_{k+1}^1 B_{k+2}^{11} - a_{k+1}^0 B_{k+2}^{01} - \beta_0 E_{k+2}^0 \right].$$

Daí se conclui que

$$\begin{aligned} a_{k+1}^1 B_{k+2}^{11} - a_{k+1}^0 B_{k+2}^{01} &= (a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0) \left[(1 - \beta_0)(G - r_{k+2}^1) - (G - r_{k+2}^0) \right] + \\ &\quad + a_{k+1}^1 \beta_0 E_{k+2}^0 - a_{k+1}^0 \beta_0 E_{k+2}^1 + \\ &\quad + d_\lambda a_{k+1}^1 \beta_0 E_{k+3}^0 - d_\lambda \beta_0 a_{k+1}^0 E_{k+3}^0 + (a_{k+1}^1 - a_{k+1}^0)(a_{k+2}^1 B_{k+3}^{11} - a_{k+2}^0 B_{k+3}^{01}). \end{aligned}$$

Usando a expressão recursiva de E_{k+2}^0 e de E_{k+2}^1 obtemos o que se quer:

$$a_{k+1}^1 B_{k+2}^{11} - a_{k+1}^0 B_{k+2}^{01} - \beta_0 E_{k+2}^0 = B_{k+2}^{01}.$$

■

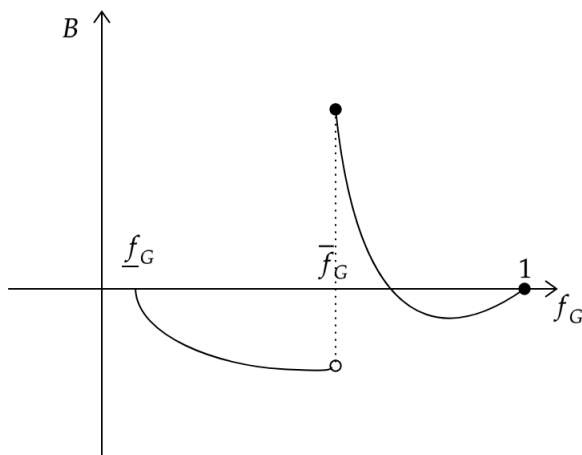


Figura A.1: Forma mais geral do benefício líquido instantâneo de se abrir capital.

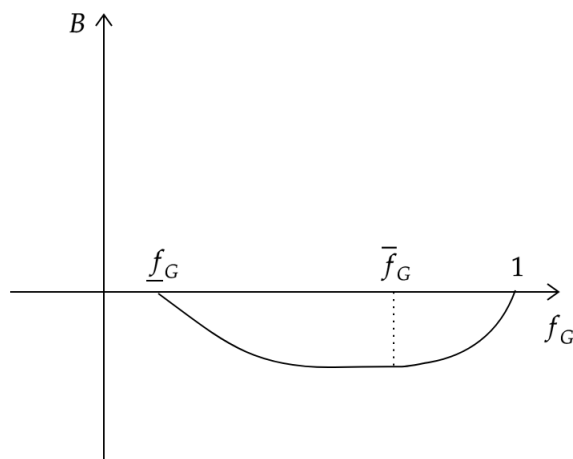


Figura A.2: Benefício líquido instantâneo de se abrir capital quando \bar{Q} é próximo de 0.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1712595/CA

A.7

Análise da forma funcional do benefício líquido instantâneo

Nesta seção iremos mostrar que existem três formatos gerais possíveis para o gráfico do benefício instantâneo, seja de abrir, seja de manter aberto o capital. São eles os ilustrados nas figuras A.1 a A.3

Por conveniência, omito os subscritos e superscritos k , tratando os objetos indexados como funções de $f_{G_{k+1}}$. Nesta seção irei descrever o comportamento mais geral possível de \bar{B}^{01} e de \bar{B}^{11} . Sem perda de generalidade, foco em \bar{B}^{01} . Começemos por $f_G = 1$. Esse caso é trivial. Basta inspecionar as formas funcionais de \bar{B}^{11} e \bar{B}^{01} , avaliando em $f_G = 1$.

Agora, podemos também olhar para $f_G = \underline{f}$, lembrando que \underline{f}^0 é como no corolário 3.6 do lema 2.8. Observando-se que, em \underline{f}^0 , $r^1 \leq r^0 = G$, com

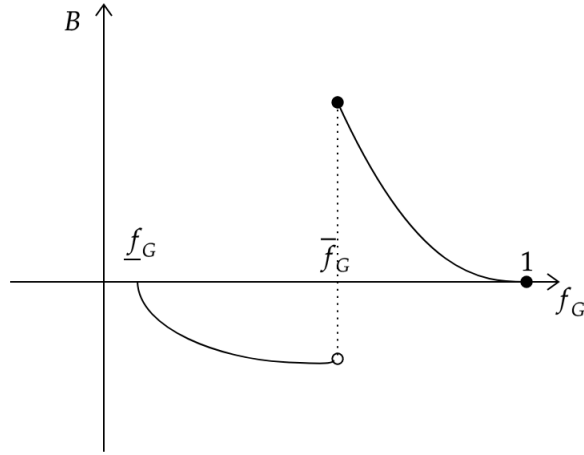


Figura A.3: Benefício líquido instantâneo de se abrir capital quando \bar{Q} é igual a 1.

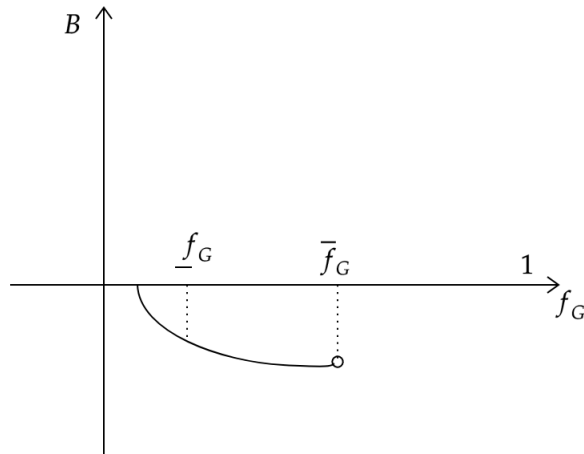


Figura A.4: Fato 1: o benefício líquido instantâneo é negativo enquanto $f_G < \bar{f}_G$ e é 0 em $f_G = 1$.

igualdade se e somente se $Q = 0$, tem-se

$$\bar{B}^{01}(f^0) = d_\lambda [1 - \beta_0(1 - \pi^Q)](G - r^1) \geq 0.$$

As únicas chances disso ser zero são se $r^1 = G$, que ocorre se e somente se $Q = 0$, ou se $\beta_0(1 - \pi^Q) = 1$, que só pode ser verdade se e somente se $\beta_0 = 1$ e $\pi^Q = 0$, i.e., se e somente se $Q = 0$. Isso quer dizer que, quando $f_G = \underline{f}^0 < \bar{f}_G$, $\bar{B}^{01} = 0$.

Fato 1. $\bar{B}^{i1} < 0$ para todo $f_G \in [\underline{f}_G, \bar{f}_G)$. $\bar{B}^{i1} = 0$ para $f_G = 1$.

O primeiro fato mostra que a função é zero em $f_G = \underline{f}^0$ e em $f_G = 1$, consistente com os extremos dos gráficos das figuras A.1 a A.3. Para prosseguir, note a diferença entre os gráficos A.1 e A.2 com relação a A.3.

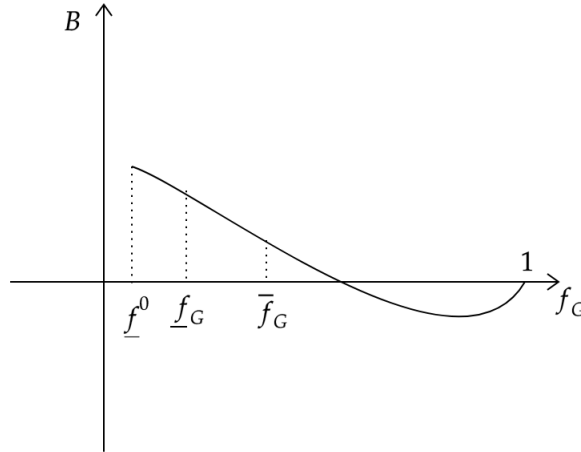


Figura A.5: Forma mais geral do benefício líquido extrapolado (i.e., se fosse $Q(f_{Gk}) \equiv \bar{Q}$).

Nos dois primeiros, a função é crescente numa vizinhança de $f_G = 1$, o que implica $\bar{B}^{01} < 0$ nessa vizinhança, enquanto, no terceiro, a derivada é negativa. O comportamento na vizinhança de $f_G = 1$ depende, portanto, do comportamento da derivada da função em $f_G = 1$. Iremos mostrar que a derivada é positiva em 1 sempre que $Q < Q^*$ e negativa em 1 caso contrário. Caso análogo é o *cutoff* Q^{**} para \bar{B}^{11} . Os *cutoffs* Q^* e Q^{**} são os valores de Q que fazem as derivadas de \bar{B}^{01} e \bar{B}^{11} serem zero em $f_G = 1$.

Antes de continuar, contudo, é importante observar que há algo mais forte no gráfico da figura A.1: a função muda de sinal uma única vez no intervalo $[\bar{f}_G, 1]$ se Q for menor do que seu respectivo *cutoff*. Com efeito, só assim para existir um único *cutoff* \bar{f}^i para cada função. Para tornar mais fácil nossa análise, extrapolamos a forma funcional de \bar{B}^{i1} em $f_{Gk+1} \geq \bar{f}_G$ como se fosse $Q(f_{Gk}) = \bar{Q}$ para todo f_{Gk} . Um fato interessante a ser estabelecido é que, quando $f_G = \underline{f}$, $\bar{B}^{i1} > 0$. A forma funcional extrapolada de \bar{B}^{i1} será, provavelmente, algo como na figura A.5.

A demonstração disso parte do seguinte fato:

Lema A.2 *As equações $\bar{B}^{01} = 0$ e $\bar{B}^{11} = 0$ são equações polinomiais de grau 3.*

Demonstração. Com efeito, defina

$$p^Q = (1 - Q) + Qf_G.$$

Isso, juntamente com π^Q e π^0 , são polinômios de grau 1. Foquemos na equação

$\overline{B}^{01} = 0$. Para \overline{B}^{11} é análogo. Pode-se reescrevê-la assim:

$$[1 - \beta_0(1 - \pi^Q)] \left(G - \frac{p^Q R}{\pi^Q} \right) - \left(G - \frac{R}{\pi^0} \right) = 0.$$

Multiplicando pelo produto $\pi^Q \pi^0$, ficamos com a seguinte igualdade

$$\pi^0 [1 - \beta_0(1 - \pi^Q)] (G\pi^Q - p^Q R) - \pi^Q (G\pi^0 - R) = 0.$$

Note que isso é uma igualdade polinomial. Os termos de maior grau que aparecem nessa expressão são $\pi^0(\pi^Q)^2$ e $\pi^0\pi^Q p^Q$, que são de grau 3. ■

O lema acima mostra que só podem existir no máximo três raízes para as expressões $\overline{B}^{01} = 0$ e $\overline{B}^{11} = 0$. Existe uma raiz em $f_G = 1$. Logo, se a função muda de sinal no intervalo $[f^0, 1]$, isso só pode ocorrer no máximo duas vezes. Suponha o caso em que $\overline{B}^{01} < 0$ em $f_G = 1 - \varepsilon$ para todo ε suficientemente pequeno. Esse é o caso no qual a derivada é positiva em $f_G = 1$. Neste caso, a mudança de sinal só pode ocorrer no máximo uma vez. Isso mostra a unicidade de \overline{f}^0 (e também, por raciocínio análogo, de \overline{f}^1). O caso em que $\overline{f}^0 < \overline{f}_G$ é aquele da figura A.2 e o caso em que $\overline{f}^0 \geq \overline{f}_G$ é aquele da figura A.1, desde que $\overline{Q} < Q^*$.

Por outro lado, quando a derivada é negativa em $f_G = 1$, a ideia é mostrar que as funções são convexas em $f_G = 1$. De fato, isso é consequência do lema abaixo:

Lema A.3 *Seja $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ um polinômio de grau 3 com $f(0) > 0 = f(1)$, $f'(1) < 0$ e $f''(1) > 0$. Então não pode existir $x \in [0, 1)$ tal que $f(x) = 0$.*

Demonstração. Suponha que exista. Seja X o conjunto de todas as raízes de f no intervalo $[0, 1]$. Como f é um polinômio de grau 3, a cardinalidade desse conjunto é finita e no máximo 3. Ademais, $f(0) > 0 = f(1)$ e

$$f'(1) < 0 \Rightarrow \exists \varepsilon > 0; \forall x \in (1 - \varepsilon, 1], f(x) > 0 = f(1). \quad (\text{A-9})$$

Desse fato, e como o polinômio é de grau 3, devem existir exatamente duas raízes no intervalo $(0, 1)$. Com efeito, o maior número de raízes é 2 e, por hipótese, há ao menos uma. Se, contudo, só houvesse uma, seria ela \underline{x} tal que $f(x) \geq 0$ para todo $x < \underline{x}$ e $f(x) \leq 0$ para todo $x > \underline{x}$ por causa de $f(0) > 0$. Logo, sejam $\underline{x} < \overline{x}$ as duas raízes de f no intervalo $(0, 1)$.

Como f é um polinômio de grau 3, f' é um polinômio de grau 2, que se anula no máximo duas vezes. Como $f(\underline{x}) = f(\overline{x}) = 0$ segue, do teorema do valor médio, que existe $x_1 \in (\underline{x}, \overline{x})$ tal que $f'(x_1) = 0$. Com igual razão, existe $x_2 \in (\overline{x}, 1)$ tal que $f'(x_2) = 0$. Como f' é polinômio de grau 2, x_1 e x_2 são

suas únicas raízes. Isso quer dizer que $f'(x)$ ou é positiva ou é negativa quando $x < x_1$. Como $f(0) > 0$, é $f'(x) < 0$ no intervalo $[0, x_1]$. A partir disso, pode-se deduzir que, a menos de uma constante,

$$f'(x) = -x^2 + (x_1 + x_2)x - c.$$

Calculando a segunda derivada,

$$f''(x) = -2x + x_1 + x_2$$

e então, $f''(x) > 0$ sempre que $x < \frac{x_1+x_2}{2}$ e $f''(x) < 0$ sempre que $x > \frac{x_1+x_2}{2}$. Mas como $1 > \frac{x_1+x_2}{2}$, tem-se $f''(1) < 0$. Um absurdo porque supomos desde início que $f''(1) > 0$. ■

Lema A.4 As funções \bar{B}^{01} e \bar{B}^{11} são convexas em $f_G = 1$.

Demonstração. Basta tomar as derivadas segundas. As derivadas primeiras são

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{B}^{01}}{\partial f_G} &= -d_\lambda [1 - \beta_0(1 - \pi^Q)] \frac{\partial r^1}{\partial f_G} + d_\lambda \beta_0 \pi^{Q'} (G - r^1) + d_\lambda \frac{\partial r^0}{\partial f_G} \\ \frac{\partial \bar{B}^{11}}{\partial f_G} &= -d_\lambda (1 - \beta_0) \frac{\partial r^1}{\partial f_G} + d_\lambda \beta_0 \pi^{0'} (G - r^0) + d_\lambda (1 - \beta_0 \pi^0) \frac{\partial r^0}{\partial f_G}. \end{aligned}$$

As segundas derivadas são

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{B}^{01}}{\partial f_G^2} &= -d_\lambda [1 - \beta_0(1 - \pi^Q)] \frac{\partial^2 r^1}{\partial f_G^2} - 2d_\lambda \beta_0 \pi^{Q'} \frac{\partial r^1}{\partial f_G} + d_\lambda \frac{\partial^2 r^0}{\partial f_G^2} \\ \frac{\partial^2 \bar{B}^{11}}{\partial f_G^2} &= -d_\lambda (1 - \beta_0) \frac{\partial^2 r^1}{\partial f_G^2} - 2d_\lambda \beta_0 \pi^{0'} \frac{\partial r^0}{\partial f_G} + d_\lambda (1 - \beta_0 \pi^0) \frac{\partial^2 r^0}{\partial f_G^2}. \end{aligned}$$

Note que

$$\begin{aligned} \frac{\partial r^1}{\partial f_G} &= -\frac{R(1-Q)(1-\pi)}{(\pi^Q)^2} \\ \frac{\partial^2 r^1}{\partial f_G^2} &= \frac{2R(1-Q)(1-\pi)}{(\pi^Q)^3} \\ \frac{\partial^2 r^0}{\partial f_G^2} &= -\frac{R(1-\pi)}{(\pi^0)^2} \\ \frac{\partial^2 r^0}{\partial f_G^2} &= \frac{2R(1-\pi)\pi^{0'}}{(\pi^0)^3}. \end{aligned}$$

Substituindo nas expressões das derivadas segundas $f_G = 1$, segue-se

$$\frac{\partial^2 \bar{B}^{01}}{\partial f_G^2} = -2d_\lambda R(1-Q)(1-\pi) + 2d_\lambda \beta_0 \pi^{Q'} R(1-Q)(1-\pi) + 2d_\lambda R(1-\pi)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{B}^{11}}{\partial f_G^2} = -2d_\lambda R(1-\beta_0)(1-Q)(1-\pi) + 2d_\lambda \beta_0 \pi^{0'} R(1-\pi) + 2d_\lambda (1-\beta_0) R(1-\pi).$$

É fácil ver que essas derivadas segundas são positivas juntando o primeiro e o terceiro termo de cada expressão, depois de por em evidência $2d_\lambda R(1-\pi)$ na primeira e $2d_\lambda R(1-\beta_0)(1-\pi)$ na segunda:

$$\frac{\partial^2 \bar{B}^{01}}{\partial f_G^2} = 2d_\lambda R(1-\pi)Q + 2d_\lambda \beta_0 \pi^{Q'} R(1-Q)(1-\pi)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{B}^{11}}{\partial f_G^2} = 2d_\lambda R(1-\beta_0)(1-\pi)Q + 2d_\lambda \beta_0 p^{Q'} R(1-\pi).$$

■

Por fim, obtém-se Q^* a partir da condição

$$\frac{\partial \bar{B}^{01}}{\partial f_G}(1) = 0.$$

Isto é: calcula-se Q^* que torne essa igualdade satisfeita.

Mostramos também que $\bar{B}^{01} \geq \bar{B}^{11}$. Isso é álgebra:

$$\bar{B}^{01} - \bar{B}^{11} = \beta_0 \pi^Q (G - r^1) - \beta_0 \pi^0 (G - r^0)$$

Substituindo r^1 e r^0 :

$$\bar{B}^{01} - \bar{B}^{11} = \beta_0 [G(\pi^Q - \pi^0) + (1 - p^Q)R].$$

Alguma álgebra mostra que isso é positivo.

Por fim, partimos das observações de que, se $Q = 0$ então $r^1 = r^0$, $\bar{B}^{11} = \bar{B}^{01} = 0$ em $f_G = \underline{f}^0$ e $f_G = 1$ e agora também de que

$$\bar{B}^{01}(Q = 0) = -d_\lambda \beta_0 (1 - \pi^Q)(G - r^0) \leq 0.$$

Análogo para \bar{B}^{11} . A igualdade entre \bar{B}^{01} e \bar{B}^{11} segue de $\pi^Q = \pi^0$ quando $Q = 0$.

Sumarizando, tem-se o seguinte:

1. A função \bar{B}^{i1} é negativa enquanto $f_G < \bar{f}_G$ e zero quando $f_G = 1$;
2. Se a função \bar{B}^{i1} é decrescente em $f_G = 1$ então ela é positiva para todo

$f_G \in [\bar{f}_G, 1)$. Isso ocorre quando $Q \geq Q^*$ para $i = 0$ e $Q \geq Q^{**}$ para $i = 1$;

3. Se a função se anula no intervalo $[\bar{f}_G, 1)$ ela só o fará uma vez no ponto \bar{f}^i . A função é convexa nesse intervalo, negativa quando $f_G \in (\bar{f}^i, 1]$ e positiva quando $\bar{f}_G \leq f_G < \bar{f}^i$;

4. $\bar{B}^{01} \geq \bar{B}^{11}$ para todo f_G .

A.8

Demonstração do lema 3.21

Demonstração.

$$\bar{B}_{k+1}^{01} - \bar{B}_{k+1}^{11} = \beta_0(r_{k+1}^0 - r_{k+1}^1) + \beta_0(1 - \pi_{k+1}^0)(G - r_{k+1}^0) - \beta_0(1 - \pi_{k+1}^Q)(G - r_{k+1}^1). \quad (\text{A-10})$$

Vendo que

$$\begin{aligned} & \beta_0(1 - \pi_{k+1}^0)(G - r_{k+1}^0) - \beta_0(1 - \pi_{k+1}^Q)(G - r_{k+1}^1) = \\ & = -\beta_0(r_{k+1}^0 - r_{k+1}^1) - \beta_0\pi_{k+1}^Q(G - r_{k+1}^1) + \beta_0\pi_{k+1}^0(G - r_{k+1}^0) \end{aligned}$$

e rearranjando em (A-10), tem-se

$$\bar{B}_{k+1}^{01} - \bar{B}_{k+1}^{11} = -\beta_0\pi_{k+1}^Q(G - r_{k+1}^1) + \beta_0\pi_{k+1}^0(G - r_{k+1}^0).$$

Agora,

$$\begin{aligned} r_{k+1}^1 &= \frac{Rp_{k+1}^Q}{\pi_{k+1}^Q} \\ r_{k+1}^0 &= \frac{R}{\pi_{k+1}^0}. \end{aligned}$$

Daí,

$$\frac{1}{\beta_0} [\bar{B}_{k+1}^{01} - \bar{B}_{k+1}^{11}] = -G(\pi_{k+1}^Q - \pi_{k+1}^0) - R(1 - p_{k+1}^Q).$$

Então

$$\begin{aligned} \pi_{k+1}^Q - \pi_{k+1}^0 &= -Q(1 - f_{Gk+1}) \\ 1 - p_{k+1}^Q &= Q(1 - f_{Gk+1}) \end{aligned}$$

e portanto,

$$\frac{1}{\beta_0} [\bar{B}_{k+1}^{01} - \bar{B}_{k+1}^{11}] = Q(1 - f_{Gk+1})(G - R) > 0.$$

■

A.9**Demonstração da proposição 4.10**

Demonstração. O tempo até que se abra capital é

$$\bar{\tau} = \mathbb{E}_0 \left[\tau_{\bar{k}+1} \right].$$

Reescrevendo

$$\tau_{\bar{k}+1} = \tau_{\bar{k}+1} - \tau_{\bar{k}} + \tau_{\bar{k}} - \tau_{\bar{k}-1} + \dots + \tau_1 - \tau_0 + \tau_0 + 1 - 1.$$

Substituindo na expectância, note que, para cada $j \in [0, \bar{k} + 1]$,

$$\mathbb{E}_0[\tau_j - \tau_{j-1}] = \mathbb{E}_0 \left[\mathbb{E}_{\tau_{j-1}} [\Delta\tau_{j-1}] \right].$$

Como sabemos que $\Delta\tau_{j-1} | \tau_{j-1} \sim Geom(\lambda)$, sua expectância é conhecida e igual a $\frac{1}{\lambda}$. Portanto,

$$\mathbb{E}_0[\tau_j - \tau_{j-1}] = \frac{1}{\lambda}.$$

Logo

$$\bar{\tau} = \sum_{j=0}^{\bar{k}+1} \mathbb{E}_0[\Delta\tau_{j-1}] - 1 = \frac{\bar{k} + 2}{\lambda} - 1.$$

Essa é uma função claramente decrescente com λ . Logo, o tempo até abertura de capital claramente decresce com o grau de inovação tecnológica. ■